

# 担保制約モデルにおける厚生分析 —EWI は社会厚生を改善するか—\*

廣瀬康生研究会 8 期生

高梨弘寧†

2022 年 5 月 18 日

## 概要

本稿ではマクロプルーデンスな金融危機の早期警戒システム (Early Warning Indicators: 以下, EWI) が政策運営にとって有益な指標となりうるかについて述べる。Yuichiro Ito et al(2014) ではバブル期の金融活動の過熱を捉え、様々な統計誤差を最小化する 14 の指標の存在を示唆している。特に、近年においては 14 の指標のうち M2 成長率、総与信・GDP 比率、不動産業向け貸出対 GDP 比率等がトレンドから乖離しており、金融活動の過熱による金融不均衡の懸念がある。これは新型コロナウイルス感染拡大の影響を発端としたものであり一時的な不均衡であるとの見方もあるが、今後も企業の債務返済が進まないようであれば、肥大化する金融リスクを無視することは出来ない。しかし、EWI は金融危機の早期発見としての機能は十分に議論されているものの、金融政策を運営する上でどのように扱うべきかについての議論はあまり行われていないように思われる。EWI が政策運営にとって有益かを評価するために Andrés and Arce(2012) の銀行間の競争と担保制約を考慮した動学的確率的一般均衡モデル (DSGE モデル) を実装した。そして、日本の時系列データを用いてマルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法によるパラメータ推定を行い、本モデルにそれぞれの EWI に反応させるような政策ルールを導入することで政策金利の EWI 反応度をコントロール変数とした社会厚生を最大化するような局所的最適解を求めた。分析の結果、バイズ推定から得られた政策金利のインフレ率反応度を用いる政策ルール (Weak) のもとでは不動産業実物投資対 GDP 比率に反応させた政策が社会厚生を改善し、インフレ率のみに政策金利を反応させたとき社会厚生を最大化させる反応度を用いる政策ルール (Strong) のもとでは望むような改善は見られず GDP ギャップに反応させる Taylor ルールが社会厚生を最適化した。

---

\* 本稿は 2021 年度卒業論文として執筆したものである。本稿の作成にあたっては、廣瀬康生氏 (慶應義塾大学)、研究会同期、後輩をはじめ多くの方々から有益かつ熱心なコメントを頂戴した。ここに記して感謝の意を表したい。しかしながら、本稿にあり得る誤り、主張の一切の責任はいうまでもなく筆者に帰するものである。

† 慶應義塾大学経済学部 4 年

# 目次

|     |                  |    |
|-----|------------------|----|
| 1   | はじめに             | 2  |
| 2   | モデル              | 6  |
| 2.1 | 家計               | 6  |
| 2.2 | 中間財企業            | 8  |
| 2.3 | 金融仲介者            | 10 |
| 2.4 | 最終財企業            | 11 |
| 2.5 | 中央銀行             | 12 |
| 2.6 | 構造ショック           | 12 |
| 3   | パラメータの設定         | 13 |
| 3.1 | カリブレーション         | 13 |
| 3.2 | パラメータのベイズ推定      | 14 |
| 3.3 | 推定されたモデルのインパルス応答 | 19 |
| 4   | 厚生分析             | 21 |
| 4.1 | 厚生損失関数と社会厚生      | 21 |
| 4.2 | 金融政策ルールの変更       | 21 |
| 4.3 | 厚生分析の結果          | 22 |
| 5   | 結びにかえて           | 26 |
|     | 参考文献             | 27 |
|     | 補論：対数線形近似        | 30 |

# 1 はじめに

世界的な金融危機は 20 世紀初頭以降度々起こっている。この金融危機の兆候を早期発見し、カウンターシクリカルな政策を打ち出すことは極めて重要な意味を持つ。早期発見指標についての最初の研究は Minsky(1982) であり、資本主義経済の構造から金融危機を分析するものであった。その後、アジア通貨危機を受け Kaminsky and Reinhart (1999) では銀行の国際収支勘定を分析し、金融危機が発生する前に反応する 16 の指標の存在を明らかにした。日本においてもバブル崩壊やリーマンショックをはじめとする金融危機が経済に大きな打撃を与えたことから、Yuichiro Ito et al(2014) は他国におけるカウンターシクリカルバッファの参考ガイドを考慮して、個々の指標が日本の経済・金融活動に打撃を受けたバブル崩壊の過熱を捉えることが出来るか、様々な統計誤差を最小化することが出来るかという二つの観点から、日本にとって適切な EWI である 14 の指標を示した。この 14 の指標は日銀の「金融システムレポート」にも取り上げられており、政策当局も金融不均衡の点検ツールとして活用していることが確認できる。経済・金融活動が過熱しているかどうかを EWI によって判断するためには HP フィルタからトレンドを導き出した後に原系列とトレンドの乖離をみることになる。

2021 年現在の日本においても 14 の指標のうち M2 成長率、総与信・GDP 比率、家計向け貸出の対 GDP 比率、企業向け与信の対 GDP 比率、そして不動産向け貸出の対 GDP の 5 つの指標が上方への乖離が見られる。この 5 つの指標は与信や貨幣量に関する指標であり、新型コロナウイルス感染拡大に伴い企業金融支援政策を行ったことが作用している。コロナ禍による予備的需要と売上減少に備えるために各金融仲介者が資金を流出させたため、経済・金融活動の過熱活動を表すものではなく金融仲介者による企業の資金繰りの下支えの結果である。しかし、このまま企業の債務返済が進まない場合には総与信が実体経済に反して増大していくことや EWI に含有されていないリスクの発生の可能性を無視できない。特に、金融仲介者はミドルリスク企業向け貸出、不動産賃貸業向け貸出、大型 MA 案件等の高レバレッジな貸出を現在控えているが、経済成長率を上回る勢いで与信量を増加させており、低採算な貸出も増加することになった。不採算の企業の与信増加によって信用リスクが健在したことになり、今後の動向は見逃せないものになっている。以上のように、EWI は現状の経済・金融活動の過熱の実態を測定し考察する指標として欠かせないものとなっているが、政策当局が EWI をどのように扱うかについては議論があまり行われていない。

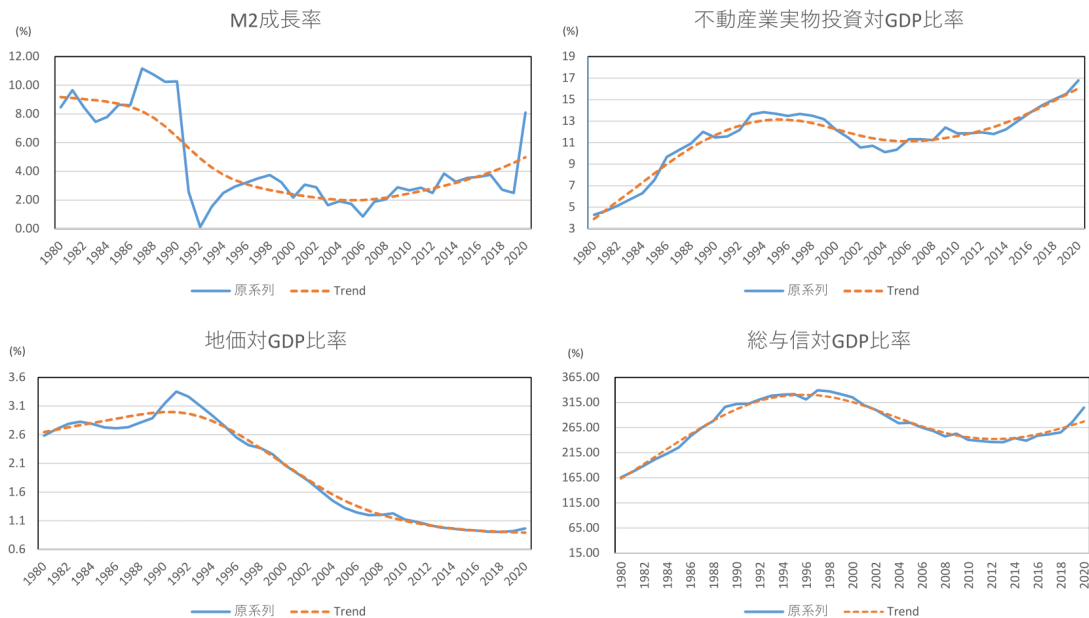


図1 現在の日本における価格調整済 EWI

出典：日本銀行「時系列統計データ 検索サイト」より筆者作成

そこで、日本経済において EWI が政策決定に有用な指標になりえるかについて考察していきたい。本稿では動学的確率的一般均衡 (DSGE) モデルを用いて分析を行う。DSGE モデルを使った分析では、金融政策や経済ショックに対して仮想的な経済環境のもとでシミュレーションを行うことができ、インパルス応答や各変数の分散を観察することで定量的に政策効果を評価できる。とりわけ、本稿では銀行のバランスシート構造が実体経済へのショック伝達の増幅器として機能させることで金融危機の全体的なリスクを説明できる銀行チャンネルを明示的に組み入れた Andrés and Arce(2012) に従い、銀行間の競争と担保制約を含む DSGE モデルを用いている。このモデルによって、政策当局が金融危機時に個別の金融機関のリスクのみに着目し金融機関の連携を無視していたことから必要となった、全体リスクを監視し対応するマクロプルーデンス当局を表現することができる。また、銀行と債権者の間にはエージェンシー問題が発生するが、銀行は自己資本比率に負の相関を持つプレミアムを負担することになる。この対外的な資金調達プレミアムが最終的に企業の信用状態に転

化され初期ショックを増幅させることになるのだが、これはリーマンショックにおける銀行の資金コストの上昇と市場金融へのアクセス困難性を疑似的に再現できたことになる。

分析においては、まずパラメータ推定のためにマルコフ連鎖モンテカルロ (MCMC) 法を用いる。Andrés and Arce(2012) の担保制約モデルでは Andrés and Arce(2008) と Iacoviello (2005) に従ってアメリカ経済の状態に合致するようにパラメータのカリブレーションを行っている。本稿でも日本経済のモデルに合わせるためにカリブレーションを行う。しかし、経済ショックにおけるパラメータや金利のインフレ率反応度はカリブレーションすることが難しい。したがって、日本経済の長期時系列データを用いてモデルのパラメータのベイズ推定を行う。推定では廣瀬 (2012) のように、DSGE モデルを状態空間モデルに変化した後にカルマンフィルタを用いて尤度を計算し、MH アルゴリズムを用いて事後分布を導出する。そして、事後分布の平均をそれぞれのパラメータとして設定する。これでモデルが日本経済に合致するように決定される。

次に、金利がインフレ率にのみに反応する単純な政策ルールから EWI にも反応する金融政策ルールに変更した場合で厚生分析を行う。EWI はモデルから近似して表現することが出来る総与信対 GDP 比率、不動産実物投資対 GDP 比率、地価対 GDP 比率を用いることとする。また、EWI に含まれるそれぞれの変数の動きを確認するために総与信、不動産実物投資、地価、GDP においても分析を行う。これらの政策ルールを Taylor(1993) の GDP ギャップに反応する金融政策ルールをベンチマークとして比較することで EWI が政策に与える影響について調べる。社会厚生を測定するために Andrés and Arce(2012) の期待効用関数の二次近似によって導出された厚生損失関数を用いる。この厚生損失関数は GDP ギャップ、消費者と企業の消費ギャップ、家計の不動産保有ギャップ、インフレ率の分散を重みづけしたものであり、中央銀行の安定化目標を示唆している。社会厚生は厚生損失関数から得られた値の逆数をとることで定義している。そして、それぞれの政策金利の EWI 反応度を変数として社会厚生を最大化するような EWI 反応度と社会厚生を導き出す。EWI に反応させる金融政策ルールでの社会厚生の値と Taylor ルール下での社会厚生とを評価することで、EWI が政策決定において有用かどうかを判断することが出来ることになる。また、EWI を金融政策ルールに導入する際に 2 種類の場合分けを行う。推定された金利のインフレ率反応度を固定し金利の EWI 反応度をコントロール変数とする金融政策ルール (Weak) とインフレ率のみに金利を反応させた際に社会厚生を最大化させるインフレ率反応度を用いて EWI 反応度をコントロール変数とする政策ルール (Strong) の 2 つのパターンで分析を行う。Weak においては金利のインフレ率反応度を MCMC 法から得られた値を用いる。これは政策当局が現状通りに政策運営を行った場合に EWI

をコントロール変数に加えたときの効果に興味があるためである。Strong においては、インフレ率にのみに反応させる単純な金融政策ルールで社会厚生を最大化するような金利のインフレ率反応度に設定した上で、金利の EWI 反応度を社会厚生を最大化させるように動かす。これによって、反応させる各 EWI から社会厚生を最大化させるような金融政策ルールを知ることが出来る。以上の二つの政策パターンに分けて厚生分析を行った。

分析の結果、Weak の場合においては不動産業実物投資や不動産業実物投資対 GDP 比率に反応させる政策が社会厚生を改善することになった。Strong の場合においては GDP や GDP ギャップに反応させる Taylor ルールが最も社会厚生を改善することとなった。これは、中央銀行の安定化目標である厚生損失関数とモデル構造の関係から説明が出来る。したがって、政策当局が今まで通りの運営を行う場合には EWI は政策決定にとって有益な指標になるうると言えるが、金利のインフレ率反応度と EWI 反応度の双方をコントロール変数とする政策においては Taylor ルールに従って政策運営を行うことが重要であることが分かった。

本稿の構成は以下のようになっている。第 2 節では理論モデルを構築し、担保制約モデルの概要を説明している。第 3 節では、パラメータのカリブレーションとベイズ推定法によって日本経済のモデルへ合致するように調整を行う。第 4 節は厚生分析による分析の方法とその結果を示す。最後の第 5 節では結論のまとめや、今後の課題を述べている。

## 2 モデル

本稿のモデルは内生的な貸出スプレッドを生み出す独占的な競争を持つ銀行と担保制約をもつ DSGE モデルである Andrés and Arce(2012) を参考にしている。本モデルにおいては家計が銀行に預金をし、その預金は企業への融資に使われる。銀行は預金金利に対して正の貸出スプレッドを生じさせるような独占的な事業を行っているとする。また、Salop(1979) の空間競争モデルのように、一定数で同一の銀行が預金者を集めるために競争していると仮定している。

本稿で DSGE モデルを用いて分析するメリットは厚生分析を行えることである。伝統的なマクロ経済モデルである IS-LM モデルなどでは効用関数を定義することが難しく、厚生分析をすることが出来ない。一方で、DSGE モデルは家計の効用最大化問題や、企業の利潤最大化問題をモデルに組み込んでおり、いわゆるミクロ的基礎づけがなされている。さらに、政策スタンスに依存しないとされるディープパラメータのみを外生的に固定して合理的意思決定を導くため、政策次第でモデルのパラメータが変化してしまうという、いわゆるルーカス批判を回避し、政策分析をすることも可能である。

モデルの経済には家計、中間財企業、最終財企業、金融仲介者、中央銀行で構成される。以下、各経済主体の行動を説明する。

### 2.1 家計

Iacoviello (2005) と Andrés and Arce(2008) をもとにモデルを導出している。消費者は 2 種類のエージェントに分かれており、割合  $\omega$  で無限に生存する家計となり、割合  $1 - \omega$  で中間財企業となる。中間財企業においては Blanchard-Yaari の世代重複モデルを採用し、各期末に倒産する確率がある。中間財企業が倒産した場合にはその企業の技術、資産、負債を引き継いだ状態で新しい中間財企業が生まれることになる。倒産確率が正の場合には割引率が比較的に大きくなる。このため、家計から企業への信用の流れが生じることになる。このような信用の流れは独占的事業を行う銀行によって仲介される。そして、企業が生産した中間財は最終財企業によって最終財に変換され、消費者が購入することになる。

まず、消費者は以下の効用関数を最適化する。 $c_t$  は Dixit-Stiglitz 型効用関数における消費、 $l_t^s$  は労働供給、 $h_t$  は家計保有の不動産である。

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (\log c_t - \frac{(l_t^s)^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \vartheta_t \log h_t) \quad (1)$$

ここで  $E_t$  は期待オペレータ、 $\beta \in (0, 1)$  は主観的割引率、 $\varphi > 0$  は労働供給の弾力性の逆数を表す。 $\vartheta_t$  は  $\vartheta_t = \vartheta \exp(z_t^h)$  に従う外生的かつ時変な不動産から得られる効用の重みづけである。

家計の予算制約式は次のように与えられる。

$$w_t l_t^s + \frac{\Omega_t^b + \Omega_t^f}{\omega P_t} + \frac{s_t}{\omega} + \frac{R_{t-1}^D}{\pi_t} d_{t-1} = c_t + p_t^h [(1 + \tau^h) h_t - h_{t-1}] + d_t$$

ここで、 $w_t$  は実質賃金、 $\Omega_t^b$  と  $\Omega_t^f$  は金融仲介者である銀行と最終財企業から得られた名目利益、 $s_t$  は政府からの補助金である。家計が保有する金融資産は名目的な無リスクの1年物銀行預金のみと仮定し、 $d_t$  は  $t$  期末の預金の実質的価値であり、 $R_t^D$  は名目粗預金金利、 $\pi_t \equiv \frac{P_t}{P_{t-1}}$  をインフレ率、 $P_t$  は Dixit-Stiglitz の総合物価指数である。また、家計は不動産を価格  $p_t^h$  で売買し、不動産から得られる利益の税率を  $\tau_h$  とする。不動産は価値が減少しないものとする。

家計の消費と労働供給、不動産の売買の最適な選択を予算制約式を制約式としてラグランジュ関数を設定すると以下の式が導出される。

家計の賃金関数

$$w_t = c_t (l_t^s)^\varphi$$

オイラー方程式

$$\frac{1}{c_t} = \beta R_t^D E_t \left\{ \frac{1}{c_{t+1}} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right\}$$

家計の不動産需要

$$\frac{(1 + \tau^h) p_t^h}{c_t} = \frac{\vartheta}{h_t} + \beta E_t \frac{p_{t+1}^h}{c_{t+1}}$$



## 2.2 中間財企業

中間財企業は完全競争の下、最終財企業に対して販売する均質的な中間財を生産する。中間財企業の生産関数は技術ショックを含んだ Cobb-Douglas 型で以下のように表される。

$$y_t = \exp(z_t^a)(l_t^d)^{1-\nu}(h_{t-1}^e)^{\nu u}$$

ここで、 $y_t$  は中間財の生産量、 $l_t^d$  は労働需要、 $h_{t-1}^e$  は商業用不動産の保有量である。また、中間財企業は家計と同様に消費財を購入し、同時に融資を必要とする。中間財企業の予算制約式は以下のように表される。

$$b_t + (1 - \tau^e)(p_t^I y_t - w_t l_t^d) = c_t^e + p_t^h (h_t^e - h_{t-1}^e) + \frac{R_{t-1}^L}{\pi_t} b_{t-1}$$

$b_t$  は  $t$  期末の 1 期分の貸付の名目の実質的価値であり、 $R_t^D$  は名目粗貸付金利、 $p_t^I$  は中間財の実質的価値、 $\tau^e$  は中間財企業の利益に対する税率、 $c_t^e$  は中間財企業の消費である。銀行は中間財企業に担保制約を設けており、利払い前の名目融資額は中間財企業が保有する不動産の名目販売価格の期待値が一定の担保率を超えてはならないと仮定している。この担保制約式は以下のように表される。 $m_t$  は  $m_t = m \exp(z_t^m)$  に従う外生的かつ時変な担保率である。

$$b_t \leq m_t E_t \frac{\pi_{t+1}}{R_t^L} p_{t+1}^h h_t^e$$

Salop(1979) の空間競争モデルに則り、中間財企業と銀行が半径 1 の円周上に一様に分布していると仮定している。融資を受けるために中間財企業は銀行まで移動できる地点  $k \in (0, 1]$  に位置し、限界費用  $\alpha d_t^{k,i}$  を負担することになる。ここで、 $d_t^{k,i}$  は中間財企業と選んだ銀行  $i$  との距離である。また、中間財企業は Blanchard-Yaari の世代重複モデルのように各期末に倒産する確率  $\delta$  がある。したがって、中間財企業は以下の効用関数を最大化する。

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t (1 - \delta)^t (\log c_t^e - \alpha d_t^{k,i}) \quad (2)$$

この効用関数を生産関数、中間財企業の予算制約式、担保制約式を制約として最適化すると次の式が導出される。

## 中間財企業の賃金関数

$$w_t = p_t^I (1 - \nu) \frac{y_t}{l_t^d}$$

## 中間財企業のオイラー方程式

$$\frac{1}{c_t^e} = \beta^e R_t^L E_t \left\{ \frac{1}{c_{t+1}^e} \frac{P_t}{P_{t+1}} \right\} + \xi_t$$

## 中間財企業の不動産需要

$$\frac{p_t^h}{c_t^e} = E_t \frac{\beta^e}{c_{t+1}^e} \left\{ (1 - \tau^e) p_{t+1}^I \nu \frac{y_{t+1}}{h_t^e} + p_{t+1}^h \right\} + \xi_t m_t E_t \frac{\pi_{t+1}}{R_t^L} p_{t+1}^h$$

ここで、 $\beta^e \equiv \beta(1 - \delta)$  は中間財企業の倒産確率を調整した割引率であり、 $\xi_t$  は担保制約におけるラグランジュ乗数、 $p_t^I \nu \frac{y_t}{h_{t-1}^e}$  は商業用不動産の限界収益である。担保制約が発生する場合 ( $\xi_t > 0$ )、中間財企業の決定に二つの影響を与えることになる。一つ目は、中間財企業のオイラー方程式から消費が平準化されなくなる。二つ目は、中間財企業の不動産需要の式から分かるように、商業用不動産の限界的価値を高めることで不動産市場に摩擦を発生させることになる。

また、預金金利と貸出金利の定常値  $R_{ss}^D, R_{ss}^L$  が  $\beta R_{ss}^D > \beta^e R_{ss}^L$  という関係が成り立っている限り、家計と中間財のオイラー方程式の予算制約が拘束力を持つことを示唆する。定常値周りの変動が十分に小さいとき、予算制約が動学的に拘束されるため中間財の予算制約の式が成立することになる。この場合においては中間財の消費は以下のように表される。

$$c_t^e = (1 - \beta^e) \left[ (1 - \tau^e) p_t^I \nu y_t + p_t^h h_{t-1}^e - \frac{R_{t-1}^L}{\pi_t} b_{t-1} \right]$$

ここで、中間財企業は税引き後利益の合計  $(1 - \tau^e) p_t^I \nu y_t$  である純資産の実質的価値から  $1 - \beta^e$  だけ常に消費することになる。さらに、 $p_t^h h_{t-1}^e$  は商業用不動産の実質的価値、 $\frac{R_{t-1}^L}{\pi_t} b_{t-1}$  は実質的な債務償還額となる。

## 2.3 金融仲介者

銀行は家計と中間財企業の間の預金と貸付のすべてを仲介していると仮定しており、預金市場は完全競争市場であるとする。一方で、貸出市場は不完全であり各仲介者はある程度の独占的な力を持っている。貸出市場の不完全性を表現するために Salop(1979) の循環型都市モデルを用いている。\$n\$ 行の銀行は単位円上に対照的に位置しており、その位置は時間的に不変である。一方で、中間財企業の位置は時変であり独立同分布な確率過程に従う。銀行 \$i \in \{1, 2, \dots, n\}\$ は名目貸付粗金利 \$R\_t^L(i)\$ を決定し、以下の利潤関数を最大化する。

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \frac{c_t}{c_{t+s}} \frac{\Omega_{t+s}(i)}{P_{t+s}} \quad (3)$$

ここで、\$\beta^s \frac{c\_t}{c\_{t+s}}\$ は時点 \$t+s\$ における家計の確率的割引率、\$\Omega\_{t+s}(i)\$ は銀行の名目利益である。また、銀行は次の資金循環制約式を持つ。

$$\Omega_t(i) + B_t(i) + R_{t-1}^D D_{t-1}(i) = R_{t-1}^L(i) B_{t-1}(i) + D_t(i)$$

\$B\_t(i), D\_t(i)\$ は銀行 \$i\$ は \$t\$ 期末の貸出と預金の名目ストックである。また、銀行 \$i\$ は B/S において \$B\_t(i) = D\_t(i)\$ が成り立っている。これは、\$t\$ 期の名目利益が \$\Omega\_t(i) = (R\_{t-1}^L - R\_{t-1}^D) B\_{t-1}(i)\$ であることを示唆している。銀行が最適な貸出金利を決めるために銀行の貸出量を以下のように表す。

$$\frac{B_t(i)}{P_t} = b_t(i) \hat{b}_t(i)$$

\$b\_t(i)\$ は各貸出の大きさ、\$\hat{b}\_t(i)\$ は顧客数やマーケットシェアを示している。ここで貸出金利決定の一階の条件は

$$R_t^L(i) = R_t^D + \frac{1}{\Lambda_t(i) + \hat{\Lambda}_t(i)}$$

となる。\$\Lambda\_t(i) \equiv \left[ -\frac{\partial b\_t(i)}{\partial R\_t^L(i)} \right] \frac{1}{b\_t(i)}\$、\$\hat{\Lambda}\_t(i) \equiv \left[ -\frac{\partial \hat{b}\_t(i)}{\partial R\_t^L(i)} \right] \frac{1}{\hat{b}\_t(i)}\$ は \$b\_t(i)\$、\$\hat{b}\_t(i)\$ の半弾力性値になる。したがって、貸出金利と預金金利の預金スプレッドは銀行の市場占有力の強さに反比例する。

Andrés and Arce(2008) によると \$R\_t^L(i) = R\_t^L\$ となるような均衡において最適な名目貸出金利は以下になる。

$$R_t^L = R_t^D + \frac{R_t^D - m_t E_t(\pi_{t+1} \frac{p_{t+1}^h}{p_t^h})}{\eta m_t E_t(\pi_{t+1} \frac{p_{t+1}^h}{p_t^h}) - R_t^D} R_t^D$$

ここで、 $\eta \equiv 1 + \frac{n}{\alpha} \frac{\beta^e}{1 - \beta^e}$  である。したがって、貸出スプレッドは担保率  $m_t$ 、不動産価格の期待成長率  $\pi_{t+1} \frac{p_{t+1}^h}{p_t^h}$ 、銀行の競争の度合  $\frac{n}{\alpha}$  で増加し、貸出金利を上昇させる。さらに、担保率と不動産価格の期待成長率の上昇は担保可能な貸出量を増加させることになる。中間財企業の負債が増加すると、融資需要が弾力的になり銀行の市場占有力が低下し貸出スプレッドが縮小することになる。また、中間財企業が負債を増加させていくと、銀行を選択する際に距離的な効用コストよりも債務返済のための効用コストを重要視するようになる。そして、貸出金利の小さな変動が中間財企業により小さな貸出金利を求めるようになる。銀行間の競争の激化は貸出金利に対する銀行の市場占有力の弾力性を高めるため貸出金利を縮小させることになる。

## 2.4 最終財企業

最終財企業は完全競争の下、限界費用である均質的な中間財  $p_t^I$  を購入し、生産技術を用いて最終財  $y_t^f$  を生産する。消費者にとっての費用最小化は最終財企業  $j \in [0, 1]$  が次のような需要関数に従うことを意味する。

$$y_t^f(j) = \left\{ \frac{P_t(j)}{P_t} \right\}^{-\epsilon} y_t^f$$

ここで、 $P_t(j)$  は各企業ごとの最終財の価格であり、 $\epsilon > 1$  は各最終財の代替率の弾力性である。また、最終財の需要の合計は次のように示される。

$$y_t^f = \omega c_t + (1 - \omega) c_t^e$$

中間財企業の価格決定に Calvo 型の価格硬直性が存在すると仮定する。確率  $1 - \theta$  ( $\theta \in [0, 1]$ ) で価格を最適化できるが、 $\theta$  の企業は価格を最適化できない。その際の企業の最適な価格決定の式は以下のようになる。

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta\theta)^s \frac{c_t}{c_{t+s}} \left\{ (1 + \tau) \frac{\tilde{P}_t}{P_{t+s}} - \frac{\epsilon}{\epsilon - 1} p_{t+s}^I \right\} P_{t+s}^\epsilon y_{t+s}^f = 0$$

ここで、 $\tau$  は最終財企業の売上に対する助成金の割合であり、 $\tilde{P}_t$  は最適な価格である。また、Calvo 型の価格設定においては最終的な価格は以下のように調整される。

$$P_t = \left[ \theta P_{t-1}^{1-\epsilon} + (1-\theta) \tilde{P}_t^{1-\epsilon} \right]^{\frac{1}{1-\epsilon}}$$

## 2.5 中央銀行

中央銀行は Iacoviello (2005) を参考とし、名目粗預金利子率を調整することによって金融政策を行う。EWI に反応させない単純な金融政策ルールにおいてはインフレ率のみに応じて利子率を調整する。したがって、政策ルールは以下のように表現されることになる。

$$\log R_t^D = \phi_\pi \log \pi_t + z_t^r$$

ここで、 $\phi_\pi \geq 0$  はインフレ率に対する金利の反応度である。 $z_t^r$  は金融政策ショックであり、ルールに従った対応からの乖離を表す。

## 2.6 構造ショック

本モデルには、4 個の構造ショック（技術ショック  $z_t^a$ 、不動産選好ショック  $z_t^h$ 、担保率ショック  $z_t^m$ 、金利ショック  $z_t^r$ ）が含まれている。それぞれのショックは、定常な 1 階の自己回帰過程に従うと仮定する。ここで、 $x \in \{a, h, m, r\}$  について、 $\rho_x \in [0, 1)$  は自己回帰係数を表し、 $\epsilon_t^x$  は平均 0、分散  $\sigma_x^2$  の正規分布に従うものとする。自己回帰係数  $\rho_x$  の値が大きいほど前期の影響を強く受けることになる。つまり、 $\rho_x$  の値はショックの持続性の大きさを表している。

$$z_t^x = \rho_x z_{t-1}^x + \epsilon_t^x$$

以上のモデルは非線形方程式体系であり、このままでは分析が困難であるため、対数線形近似をする必要がある。本稿では廣瀬 (2012) に従い、定常状態を求め、その定常状態からの乖離率を用いて分析を行う。各変数の定常状態からの乖離率  $\tilde{x}_t$  は、その変数の定常状態を  $x$  として、次のように定義される。

$$\tilde{x}_t = \ln \left( \frac{x_t}{x} \right)$$

本稿のモデルの式体系を対数線形近似したものは巻末の補論に掲載している。次節では、このモデルをもとにシミュレーションを行う。本稿のモデルを対数線形近似した後には、Sims(2002) の方法に従って以下のように行列表示する。

$$\mathbf{\Gamma}_0 \mathbf{s}_t = \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{s}_{t-1} + \mathbf{\Psi}_0 \epsilon_t + \mathbf{\Pi}_0 \eta_t$$

ここで、 $\Gamma_0, \Gamma_1, \Psi_0, \Pi_0$  は構造パラメータによって表される係数行列であり、 $s_t$  は内生変数のベクトル、 $\epsilon_t$  は外生ショックのベクトルである。 $\eta_t$  は  $\forall t, E_t \eta_{t+1} = 0$  を満たす予測誤差ベクトルである。モデルの解が一意に決まる場合、この式は以下のように解ける。

$$s_t = \Psi_1 s_{t-1} + \Psi_\epsilon \epsilon_t$$

$\Psi_1, \Psi_\epsilon$  はモデルの構造とパラメータによって規定される行列であるため、内生変数のベクトル  $s_t$  は制約付き VAR(1) 過程に従う。そのため、通常の時系列分析の手法を用いることができる。本稿では、内生変数となっている各変数の定常値からの乖離率をプロットし、インパルス応答を確認しその性質を分析したほか、分散を導出することによって厚生分析を行った。

### 3 パラメータの設定

#### 3.1 カリブレーション

パラメータの値は金利のインフレ率反応度、ショックに関わるものを除いて、主に Andrés and Arce(2012) のパラメータの解釈を基に設定した。Andrés and Arce(2012) では Andrés and Arce(2008) と Iacoviello (2005) をもとにアメリカ経済のデータをもとにパラメータをカリブレートしている。まず、家計の割引率  $\beta$  は日本の実質利子率が限りなく 0 に近いいため、 $\beta = 0.990$  とする。中間財企業の割引率  $\beta^e$  は日本の投機的等級発行体のデフォルト率が 0.2 % であることから、 $\beta^e = 0.988$  とする。商業用不動産からの生産の弾力性  $\nu$  は Andrés and Arce(2012) において商業用不動産の価値と生産高の比率 62 % であることから、同様に設定し  $\nu = 0.05$  とする。不動産から得られる効用の重みづけ  $\vartheta$  は不動産と生産高比率が 140 % になるように設定し、 $\vartheta = 0.11$  とする。銀行からの距離のコスト  $\alpha$  は日本の直近の貸出スプレッドが 0.13 % であることから定常値も合致するものとする。銀行の数を任意に  $n = 10$  とすると、 $\alpha = \frac{n}{0.13} = 76.923$  となる。担保率  $m$  は日本における不動産の担保価値を 80 % として、 $m = 0.80$  とする。家計の人口の大きさ  $\omega$  は Andrés and Arce(2012) を参考に日本経済に調整し  $\omega = 0.098$  とした。労働供給の弾力性は廣瀬 (2012) のベイズ推定の結果から  $\varphi = 5.227$  とする。消費の異時点間代替弾力性  $\epsilon$  は日本経済の現在の状況に合致するように  $\epsilon = 2.642$  とした。Calvo 型パラメータは廣瀬 (2012) から  $\theta = 0.701$  とする。

以上のように、日本経済のモデルに調整している。しかし、ショックの大きさに関わるパラメータは日本経済の実際のデータの記述統計量から推測することが難しい。したがって、日本経済の時系列データからパラメータをベイズ推定を行う。また、Weak

における金利のインフレ率反応度を知るために  $\phi_\pi$  においても推定を行った。

表1 パラメータの設定

| パラメータ       | 意味               | 値      |
|-------------|------------------|--------|
| $\beta$     | 家計の割引率           | 0.990  |
| $\beta^e$   | 中間財企業の割引率        | 0.988  |
| $\nu$       | 商業用不動産からの生産弾力性   | 0.05   |
| $\vartheta$ | 不動産から得られる効用の重みづけ | 0.11   |
| $n$         | 銀行の数             | 10     |
| $\alpha$    | 中間財企業の銀行からの距離コスト | 76.923 |
| $m$         | 担保率              | 0.80   |
| $\omega$    | 家計の人口の大きさ        | 0.098  |
| $\varphi$   | 労働供給の弾力性         | 5.227  |
| $\epsilon$  | 消費の異時点間代替弾力性     | 2.642  |
| $\theta$    | Calvo 型パラメータ     | 0.701  |

## 3.2 パラメータのベイズ推定

### 3.2.1 状態空間モデルへの変換

本稿におけるパラメータのベイズ推定においては廣瀬 (2012) を参考にしている。まず、上記の対数線形近似された DSGE モデルを状態空間モデルに変換する。DSGE モデルの推定で用いたデータは実質 GDP ( $y_t$ )、家計の保有不動産 ( $h_t$ )、中間財企業の貸出 ( $b_t$ )、金利スプレッド ( $sp_t = R_t^L - R_t^D$ ) の 4 つの系列であり、それぞれ 1994 年から現在までの四半期データを用いている。この 4 つの系列はショックの大きさに係わるパラメータの推定に適したものを選択している。金利のインフレ率反応度においては日本が長らくゼロ金利政策を行ってきたことから金利の実際のデータから推定を行うことは難しいと考え、4 つの系列から間接的に政策ルールを推定できると仮定している。

実質 GDP の成長率 (四半期、%表示) はモデル変数  $\tilde{y}_t$  によって以下のように表す。

$$\begin{aligned}
 100\Delta\log y_t &= 100 \left[ \log y_t - \log y_{t-1} + \log e^{z_t^a} \right] \\
 &= 100 (\tilde{y}_t - \tilde{y}_{t-1} + z_t^a)
 \end{aligned} \tag{4}$$

また、他の 3 つの実体経済変数はトレンドを持たない定常的な変数であるため

$$100\Delta\log h_t = h^* + 100\tilde{h}_t \quad (5)$$

$$100\Delta\log b_t = b^* + 100\tilde{b}_t \quad (6)$$

$$100\Delta\log sp_t = sp^* + 100\tilde{sp}_t \quad (7)$$

のように表される。ここで、 $h^*, b^*, sp^*$  は定常状態における実質の家計の保有不動産、中間財企業の貸出、金利スプレッドである。(4)-(7) の各式から観測方程式が得られたことになり、

$$\mathbf{y}_t = [100\Delta\log y_t, 100\Delta\log h_t, 100\Delta\log b_t, 100\Delta\log sp_t]^T$$

$$\hat{\mathbf{s}}_t = [\mathbf{s}_t, \tilde{y}_{t-1}, \tilde{h}_{t-1}, \tilde{b}_{t-1}, \tilde{sp}_{t-1}]^T$$

と定義すると、以下のような行列表示が可能である。

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}(\theta) + \mathbf{B}\hat{\mathbf{s}}_t \quad (8)$$

ここで、 $\mathbf{A}(\theta)$  は上述したものとは別のあるパラメータ  $\theta$  に依存する定数項ベクトル、 $\mathbf{B}$  はデータ変数と関連付けられるモデル変数を選択する行列となる。また、

$$\hat{\mathbf{s}}_t = \Psi_1(\theta)\hat{\mathbf{s}}_{t-1} + \Psi_\varepsilon(\theta)\varepsilon_t \quad (9)$$

とすることで遷移方程式を得ることが出来る。ここで、 $\Psi_1(\theta), \Psi_\varepsilon(\theta)$  はパラメータ  $\theta$  に依存する係数行列である。観測方程式 (8) と遷移方程式 (9) を合わせて状態空間モデルを導出したことになる。

### 3.2.2 尤度の計算

状態空間モデルによって表現された DSGE モデルをカルマンフィルタを用いて、尤度を評価する。カルマンフィルタにおいては予測と更新の二つのステップがあり、予測においては前の期からの推定値から今期の推定値を計算する。更新においては、今期の観測値から推定値の調整を行うことで正確な推定を行う。

まず、モデルの内生変数ベクトル  $t$  期における予測式を以下に示す。



カルマンフィルタによる予測

$t$  期における内生変数ベクトル

$$\hat{\mathbf{s}}_{t|t-1} = \Psi_1(\theta)\hat{\mathbf{s}}_{t-1|t-1}$$

$t$  期における内生変数ベクトルの誤差行列

$$\mathbf{P}_{t|t-1} = \Psi_1(\theta)\mathbf{P}_{t-1|t-1}\Psi_1(\theta)^T + \Psi_1(\theta)\Sigma\Psi_1(\theta)^T$$

ここで、 $\Sigma$  は  $\epsilon_t$  の分散共分散行列である。

次に、観測値の  $t$  期における更新の式は以下ようになる。

カルマンフィルタによる更新

$t$  期における予測誤差

$$\nu_{t|t-1} = \mathbf{y}_t - \mathbf{A}(\theta) - \mathbf{B}\hat{\mathbf{s}}_{t-1|t-1}$$

$t$  期における観測値の条件付き分散共分散行列

$$\mathbf{F}_{t|t-1} = \mathbf{B}\mathbf{P}_{t|t-1}\mathbf{B}^T$$

$t$  期における最適カルマンゲイン

$$\mathbf{K}_t = \mathbf{P}_{t|t-1}\mathbf{B}^T\mathbf{F}_{t|t-1}^{-1}$$

$t$  期における更新された推定値

$$\hat{\mathbf{s}}_{t|t} = \hat{\mathbf{s}}_{t|t-1} + \mathbf{K}_t\nu_{t|t-1}$$

$t$  期における更新された誤差の推定値

$$\mathbf{P}_{t|t} = \mathbf{P}_{t|t-1} - \mathbf{K}_t\mathbf{B}\mathbf{P}_{t|t-1}$$

以上の予測と更新のステップを全ての  $t$  期において  $\mathbf{Y}^{t-1} = \{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_{t-1}\}$  を所与とした  $\mathbf{y}_t$  の条件付予測誤差  $\nu_{t|t-1}$  と条件付分散共分散行列  $\mathbf{F}_{t|t-1}$  が計算される。このとき、

$$\mathbf{y}_t | \mathbf{Y}^{t-1} \sim \mathbf{N}(\mathbf{A}(\theta) - \mathbf{B}\hat{\mathbf{s}}_{t|t-1}, \mathbf{F}_{t|t-1})$$

のように正規分布に従うことになる。したがって、確率密度関数は

$$\mathbf{f}(\mathbf{y}_t|\mathbf{Y}^{t-1}) = 2\pi^{-\frac{n}{2}}|\mathbf{F}_{t|t-1}|^{-\frac{1}{2}}\exp\left(-\frac{1}{2}\nu_{t|t-1}^T\mathbf{F}_{t|t-1}^{-1}\nu_{t|t-1}\right)$$

と表せることになる。以上から、対数尤度は以下のように評価される。

$$\begin{aligned}\log L(\theta|\mathbf{Y}) &= \sum_{t=1}^T \log(\mathbf{f}(\mathbf{y}_t|\mathbf{Y}^{t-1})) \\ &= -\frac{nT}{2}\log 2\pi - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^T \log|\mathbf{F}_{t|t-1}| - \frac{1}{2}\sum_{t=1}^T \nu_{t|t-1}^T\mathbf{F}_{t|t-1}^{-1}\nu_{t|t-1}\end{aligned}$$

### 3.2.3 事後分布の導出

最後にベイズ推定法によって DSGE モデルのパラメータ推定を行う。尤度関数とそれぞれのパラメータに対応する事前分布から事後分布を導出することが可能である。事前分布の詳細な設定は後で説明をする。事後分布はベイズルールから以下のように表されることになる。

$$\begin{aligned}\mathbf{f}(\theta|\mathbf{Y}) &= \frac{L(\theta|\mathbf{Y})\mathbf{f}(\theta)}{\mathbf{f}(\mathbf{Y})} \\ &= \frac{L(\theta|\mathbf{Y})\mathbf{f}(\theta)}{\int L(\theta|\mathbf{Y})\mathbf{f}(\theta)d\theta}\end{aligned}$$

ここで、事後分布を求めるアルゴリズムとしてマルコフ連鎖モンテカルロ法 (Markov Chain Monte Carlo methods : 以下、MCMC) を用いている。特に、本稿においては MCMC の中でもランダム・ウォーク・メトロポリス・ヘイスティングス・アルゴリズム (random walk Metropolis-Hastings algorithm : 以下、MH アルゴリズム) を用いてパラメータのサンプリングを行っている。アルゴリズムは以下の通りである。

## MH アルゴリズム

手順 1.  $\mathbf{f}(\mathbf{Y}|\theta)\mathbf{f}(\theta)$  のモード  $\theta^*$  を求め、 $\mathbf{f}(\mathbf{Y}|\theta)\mathbf{f}(\theta)$  の Hessian の逆行列にマイナスを付けたものを計算する。

$$\Sigma^* = - \left[ \frac{\partial^2 \mathbf{f}(\mathbf{Y}|\theta)\mathbf{f}(\theta)}{\partial \theta \partial \theta'} \Big|_{\theta = \theta^*} \right]^{-1}$$

手順 2. 初期値  $\theta^0$  を  $\theta^0 = \theta^*$  とし、 $s = 1$  とする。その後、以下のアルゴリズムを実行。

手順 3. 多変量正規分布  $N(\theta^{s-1}, c^2 \Sigma^*)$  からパラメータの候補  $\vartheta$  をサンプリングする。ここで、 $c > 0$  はサンプリング時の分散を調整するスケールパラメータである。

手順 4.  $\theta^{s-1}$  と上でサンプリングされた  $\vartheta$  を用いて、以下の式から受容確率  $p$  を求める。

$$p = \min \left[ \frac{\mathbf{f}(\mathbf{Y}|\vartheta)\mathbf{f}(\vartheta)}{\mathbf{f}(\mathbf{Y}|\theta^{s-1})\mathbf{f}(\theta^{s-1})} \right]$$

手順 5.  $\vartheta$  は確率  $p$  で受容し、確率  $1 - p$  で棄却する。受容された場合は  $\theta^s = \vartheta$  とし、棄却された場合は  $\theta^s = \theta^{s-1}$  とする。

手順 6.  $s = s + 1$  とし、手順 3 に戻る。 $s = N$  となった場合は終了する。

以上のように、生成された  $\{\theta^1, \theta^2, \dots, \theta^N\}$  の分布は  $N \rightarrow \infty$  とすると、真の確率分布  $L(\theta|\mathbf{Y})\mathbf{f}(\theta)$  に確率収束することになる。したがって、上のベイズルールに当てはめることで事後分布を導出できる。この事後分布から得られた平均をもとに各パラメータを設定した。

事前分布の設定においては廣瀬 (2012) と同様に、ショックに関するパラメータの設定は Iiboshi et al(2006) に従い、金利のインフレ率反応度は金融政策ルールに関するパラメータの推定を行った Sugo and Ueda (2008) を参考にしている。事前分布の設定と事後分布の平均の結果は以下に示す。

表 2 パラメータの事前分布と事後分布の平均

| パラメータ      | 意味          | 事前分布   | 事前分布の平均 | 事前分布の標準偏差 | 事後分布の平均 |
|------------|-------------|--------|---------|-----------|---------|
| 金融政策ルールの推定 |             |        |         |           |         |
| $\phi_\pi$ | 金利のインフレ率反応度 | ガンマ分布  | 1.7     | 0.1       | 1.679   |
| ショックの自己相関  |             |        |         |           |         |
| $\rho_h$   | 不動産選好ショック   | ベータ分布  | 0.5     | 0.1       | 0.521   |
| $\rho_m$   | 担保率ショック     | ベータ分布  | 0.5     | 0.1       | 0.7723  |
| $\rho_a$   | 技術ショック      | ベータ分布  | 0.5     | 0.1       | 0.2998  |
| $\rho_r$   | 金利ショック      | ベータ分布  | 0.5     | 0.1       | 0.0896  |
| ショックの標準偏差  |             |        |         |           |         |
| $\sigma_h$ | 不動産選好ショック   | 逆ガンマ分布 | 0.5     | 2         | 15.0418 |
| $\sigma_m$ | 担保率ショック     | 逆ガンマ分布 | 0.5     | 2         | 1.4574  |
| $\sigma_a$ | 技術ショック      | 逆ガンマ分布 | 0.5     | 2         | 1.4580  |
| $\sigma_r$ | 金利ショック      | 逆ガンマ分布 | 0.5     | 2         | 6.6334  |

### 3.3 推定されたモデルのインパルス応答

前節まででパラメータ推定が完了したため、モデルが日本経済のものに調整されたと言える。次章の厚生分析においては、金利のインフレ率反応度がベイズ推定された数値を用いる金融政策ルール (Weak) と金利のインフレ率反応度が社会厚生を最大化させる値を用いる金融政策ルール (Strong) に場合分けして分析を行っている。Weak では前節から分かるように  $\phi_\pi = 1.679$  であり、Strong では次章の分析から  $\phi_\pi = 5.1538$  と分かっている。

ここで、Weak と Strong におけるインパルス応答を確認することで視覚的に 2 つの違いを確認していく。ショックは技術ショックを  $1 \cdot \sigma_a$  分だけ与えたものを以下の図に示す。

技術ショックは中間財の価格を押し下げるようなショックであり、中間財企業の限界費用を対数線形近似した形で示すと以下の式になる。

$$\tilde{p}_t^I = \tilde{c}_t - \tilde{y}_t + \frac{1 + \varphi}{1 - \nu} (\tilde{y}_t - z_t^a - \nu \tilde{h}_{t-1}^e) \quad (10)$$

また、New Keynesian Phillips 曲線は

$$\tilde{\pi}_t = \frac{(1 - \theta)(1 - \beta\theta)}{\theta} \tilde{p}_t^I + \beta E_t \tilde{\pi}_{t+1} \quad (11)$$

である。式 (10) と (11)、そして潜在 GDP  $\tilde{y}_t^*$  ( $\equiv z_t^a + \nu \tilde{h}_{t-1}^e$ ) を合わせると New Keynesian Phillips 曲線を以下のように書き直すことができる。

$$\tilde{\pi}_t = \kappa \frac{1 + \varphi}{1 - \nu} (\tilde{y}_t - \tilde{y}_t^*) + \beta E_t \tilde{\pi}_{t+1} + \kappa(1 - \omega)(\tilde{c}_t - \tilde{c}_t^e) \quad (12)$$

ここで、 $\kappa \equiv \frac{(1 - \theta)(1 - \beta\theta)}{\theta}$  である。式 (12) より、GDP ギャップとインフレ率との間には内生的なトレードオフが発生することになる。これは下の図 2 からも確認するこ

とができ、Weak の場合には GDP の変動が小さくインフレ率の変動は大きくなる。一方で、Strong では GDP の変動が大きくインフレ率の変動は小さくなる。

次章で示すが中央銀行は安定化目標として GDP ギャップ、不動産ギャップ、消費ギャップ、そしてインフレ率の 4 つの指標を掲げている。ここで、GDP ギャップとインフレ率の間にトレードオフが発生することで Divine Coincidence を回避することができ、最大化される社会厚生を特定することが可能になる。

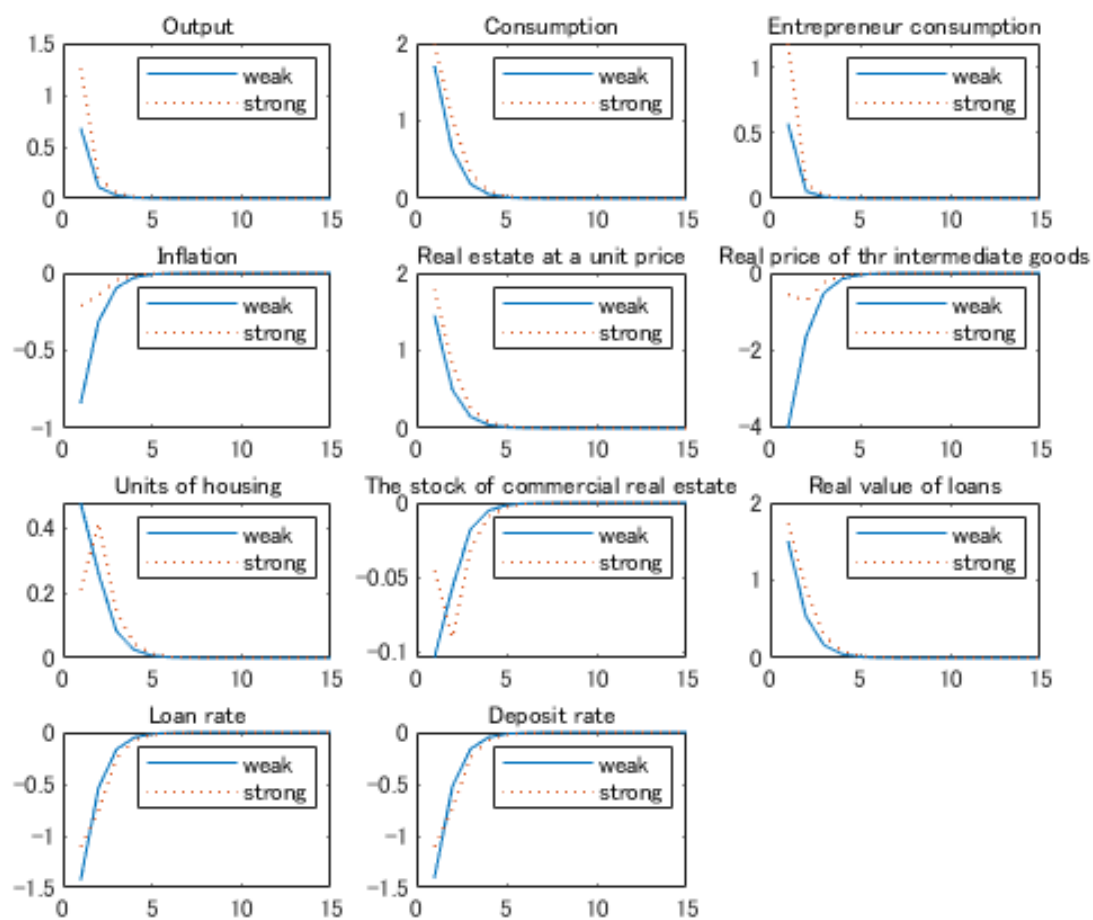


図2 技術ショックにおけるインパルス応答

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を%で表している。

## 4 厚生分析

### 4.1 厚生損失関数と社会厚生

厚生分析を行うにあたって Andrés and Arce(2012) の厚生損失関数を参考にしている。厚生損失関数の導出のため式 (1) と (2) から効用を合計したものを重みづけする形で 2 次モーメントを算出する。

$$\sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \omega \left( \log c_t - \frac{(l_t^s)^{1+\varphi}}{1+\varphi} + \vartheta_t \log h_t \right) + (1-\omega) \log c_t^e \right\} = - \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t L_t + t.i.p. + O^3$$

ここで、 $t.i.p.$  は政策から独立した部分、 $O^3$  は 3 次以上のモーメント部分である。また、 $L_t$  が二次モーメント部分であり、以下のように表される。

$$L_t = \lambda_{\pi} \tilde{\pi}_t^2 + \lambda_y (\tilde{y}_t - \tilde{y}_t^*)^2 + \lambda_c (\tilde{c}_t - \tilde{c}_t^e)^2 + \lambda_h (\tilde{h}_t - \tilde{h}_t^*)^2 \quad (13)$$

ここで、 $\lambda_{\pi}, \lambda_y, \lambda_c, \lambda_h$  は各変数の分散の重みづけであり、 $\lambda_{\pi} \equiv \frac{\epsilon\theta}{(1-\theta)(1-\beta\theta)} = 20.2418$ ,  $\lambda_y \equiv \frac{1+\varphi}{1-\nu} = 6.5547$ ,  $\lambda_c \equiv \omega(1-\omega) = 0.0884$ ,  $\lambda_h \equiv \omega\theta \frac{\omega\theta+\beta\nu}{\beta\nu} = 0.0078$  で表される。また、 $\tilde{h}_t^*$  は家計保有の不動産の潜在量であり、 $\tilde{h}_t^* \equiv \frac{\beta\nu}{\omega\theta+\beta\nu} z_t^h$  で定義されている。この (13) 式が期間別の損失関数であり、対数線形近似した形で表現している。(13) 式は中央銀行の安定化目標を示したもので、中央銀行は金融政策を行うにあたってインフレ率、GDP ギャップ、消費ギャップ、そして保有不動産量ギャップの変動を小さくすることも目標としている。ただし、効用の重みづけから安定化目標には優先順位が存在し、インフレ率、GDP ギャップ、消費ギャップ、保有不動産量ギャップの順に変動の抑制を図ろうとする。前章で示したように GDP ギャップとインフレ率との間にはトレードオフが発生することになるので、 $L_t$  を最小化させるような政策が一意に決まることになる。以降の分析では (13) 式から得られた厚生損失の逆数を社会厚生として扱い、社会厚生を最大化させるような分析を行う。

### 4.2 金融政策ルールの変更

本稿における分析の目的は EWI に反応させるように金融政策を行った際に社会厚生は改善されるのかを調べることにある。したがって、中央銀行の策定する金融政策ルールに EWI を含めた形で表現する必要がある。

本稿の担保制約モデルから導出できる 3 つの EWI である総与信対 GDP 比率、不動産実物投資対 GDP 比率、地価対 GDP 比率を政策ルールに加える。この 3 つの EWI は日本における適切な EWI を分析した Yuichiro Ito et al(2014) が示した 14 の

指標に含まれること、そしてモデルから実際の EWI に合致するような変動を導けることから金融政策ルールに含める EWI として選択した。それぞれの EWI に対応するモデル上の変数は総与信が  $\tilde{b}_t$ 、不動産業実物投資が  $\tilde{h}_t^e$ 、地価が  $\tilde{p}_t^h$ 、そして GDP が  $\tilde{y}_t$  となっている。これらの変数をインフレ率のみに反応させた単純な政策ルールにアドホックに加えることとする。例えば、総与信対 GDP 比率を金融政策ルールに加える場合には、以下のように政策ルールを変更する。

$$\tilde{R}_t^D = \phi_\pi \tilde{\pi}_t + \phi_{boy}(\tilde{b}_t - \tilde{y}_t) + z_t^r$$

総与信対 GDP 比率は総与信を GDP で除したものであり、対数線形近似した際には総与信から GDP を引くことで表現される。最適な金融政策を求める際には係数  $\phi_{boy}$  を動かすことで社会厚生を最大化させるような政策を探索する。ここで、最適政策の探索にあたって EWI が正に反応した際にはカウンターシクリカルな政策を必要とされるため、 $\phi_{boy} \geq 0$  となる制約を加える。

他の EWI を政策ルールに加える場合も総与信対 GDP 比率と同様に GDP で引いた形のものに係数を乗じて政策ルールに含める。それぞれの EWI にかかる係数は不動産業実物投資対 GDP 比率が  $\phi_{heoy}$  となり、地価対 GDP 比率が  $\phi_{phoy}$  となる。EWI に含まれる各変数の変動も確かめるために政策ルールに総与信、不動産業実物投資、地価、GDP を加えた政策でも分析を行う。それぞれの変数にかかる係数は  $\phi_b$ ,  $\phi_{he}$ ,  $\phi_{ph}$ ,  $\phi_y$  と表現する。また、EWI が社会厚生を改善したかを比較するためのベンチマークとして GDP ギャップに政策金利を反応させる Taylor ルールでも分析を行った。GDP ギャップにかかる係数は  $\phi_{ygap}$  である。以上の係数  $\{\phi_x | x \in \{boy, heoy, phoy, b, he, ph, y, ygap\}\}$  はすべて 0 以上である制約を持つ。仮に、 $\phi_x = 0$  となるような政策が社会厚生を最大化させた場合には、EWI には反応させずにインフレ率のみに政策金利を反応させる単純な政策ルールが適切である。

### 4.3 厚生分析の結果

推定された金利のインフレ率反応度  $\phi_\pi$  を用いる政策ルール (Weak) とインフレ率のみ金利を反応させた際に社会厚生を最大化させる  $\phi_\pi$  を用いる政策ルール (Strong) に分けて分析を行う。したがって、Weak においては推定された金利のインフレ率反応度  $\phi_\pi = 1.679$  を用いればよい。ここで、Strong における  $\phi_\pi$  を求めるためにインフレ率のみに政策金利を反応させる単純な政策ルールで反応度を動かすことで社会厚生を最大化させる。社会厚生を最大化させる  $\phi_\pi$  を計算するにあたって、テイラールールに従うため  $\phi_\pi > 1$  の制約を加えた上で黄金分割探索を行う。結果は以下の通りである。

表 3 単純な政策ルールにおける最適化された社会厚生

| パラメータ      | 意味          | 値      | 社会厚生 ( $\times 10^{-4}$ ) |
|------------|-------------|--------|---------------------------|
| $\phi_\pi$ | 金利のインフレ率反応度 | 5.1538 | 5.5781                    |

以上の結果から、Strong で用いる金利のインフレ率反応度は  $\phi_\pi = 5.1538$  である。また、極大値が他にないかを視覚的にも確認するため、金利のインフレ率反応度を動かした際の社会厚生の動きを以下の図に示す。図から  $\phi_\pi$  が 5.1538 より大きくなれば社会厚生が小さくなっていくことが確認できる。

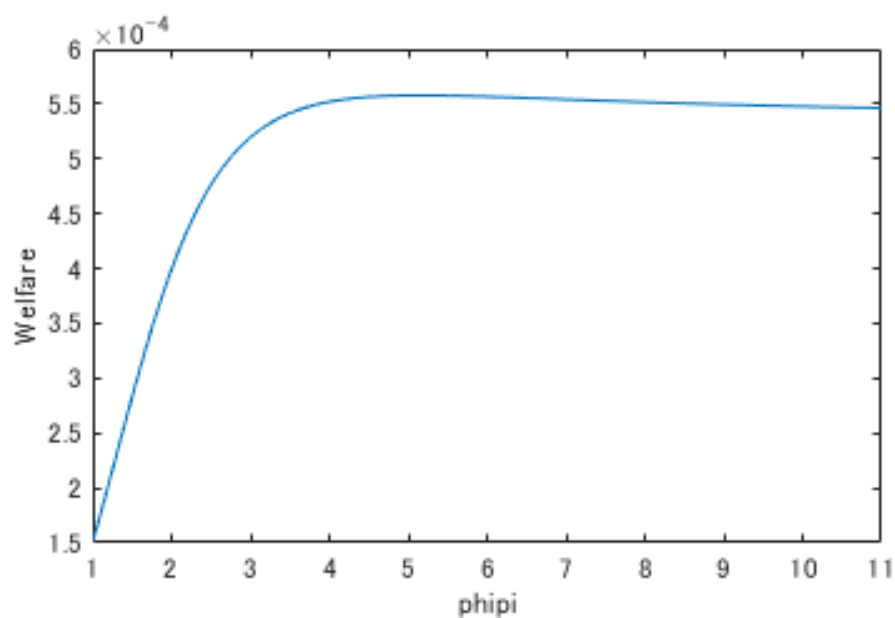


図 3 単純な政策ルールにおける社会厚生の動き

(注) 縦軸は社会厚生、横軸は金利のインフレ率反応度  $\phi_\pi$  を表している。



### 4.3.1 Weak での分析

Weak による分析を行うことで中央銀行が平常時に行っている政策ルールにオプションとして EWI を加えた際の社会厚生の変化を捉えることが可能になる。Weak におけるそれぞれの最適化された社会厚生を以下に示す。ただし、単純な政策ルールはインフレ率のみに政策金利を反応させるルールを表している。

表 4 Weak における最適化された社会厚生

| パラメータ                        | 意味                    | 値      | 社会厚生 ( $\times 10^{-4}$ ) |
|------------------------------|-----------------------|--------|---------------------------|
| 単純な政策ルール ( $\phi_\pi$ )      | 金利のインフレ率反応度           | 1.679  | 3.2821                    |
| $\phi_{boy}$                 | 金利の総与信対 GDP 比率反応度     | 0      | 3.2821                    |
| $\phi_{heoy}$                | 金利の不動産実物投資対 GDP 比率反応度 | 0.5232 | 3.8628                    |
| $\phi_{phoy}$                | 金利の地価対 GDP 比率反応度      | 0      | 3.2821                    |
| $\phi_b$                     | 金利の総与信反応度             | 0      | 3.2821                    |
| $\phi_{he}$                  | 金利の不動産実物投資反応度         | 0.8077 | 3.4407                    |
| $\phi_{ph}$                  | 金利の地価反応度              | 0      | 3.2821                    |
| $\phi_y$                     | 金利の GDP 反応度           | 0      | 3.2821                    |
| Taylor ルール ( $\phi_{ygap}$ ) | 金利の GDP ギャップ反応度       | 0      | 3.2821                    |

結果として、ベンチマークの Taylor ルールから社会厚生を改善することになったのは不動産実物投資対 GDP 比率と不動産実物投資の 2 つの系列であった。それ以外の EWI の系列については反応させないルールを取ることが最適である。

不動産実物投資対 GDP 比率が社会厚生を改善したことは本稿における担保制約モデルの資産特性が起因している。モデルでは金融仲介者である銀行が中間財企業に対して担保として資産である不動産を準備させる。ここで、中間財企業の保有不動産の減少は純資産の低下を意味することになり、消費ギャップを拡大させることになる。また、保有不動産量の減少が予想されるような場合には金融仲介者は反循環的に貸出スプレッドを増大させようとする。以上のことから、中間財企業の保有不動産の変動は経済の不安定化に大きく寄与することになる。不動産実物投資対 GDP 比率に反応させるような政策は現在と将来における金融不安を考慮した有益な政策になりうる。

### 4.3.2 Strong での分析

Strong による分析を行うことで中央銀行がインフレ率と EWI の双方をコントロール変数とした上で社会厚生を最大化させる政策ルールを求めることが可能になる。Strong におけるそれぞれの最適化された社会厚生を以下に示す。

表 5 Strong における最適化された社会厚生

| パラメータ                        | 意味                     | 値      | 社会厚生 ( $\times 10^{-4}$ ) |
|------------------------------|------------------------|--------|---------------------------|
| 単純な政策ルール ( $\phi_\pi$ )      | 金利のインフレ率反応度            | 5.1538 | 5.5781                    |
| $\phi_{boy}$                 | 金利の総与信対 GDP 比率反応度      | 0      | 5.5781                    |
| $\phi_{heoy}$                | 金利の不動産業実物投資対 GDP 比率反応度 | 0      | 5.5781                    |
| $\phi_{phoy}$                | 金利の地価対 GDP 比率反応度       | 0      | 5.5781                    |
| $\phi_b$                     | 金利の総与信反応度              | 0.1742 | 5.6362                    |
| $\phi_{he}$                  | 金利の不動産業実物投資反応度         | 0.5304 | 5.5907                    |
| $\phi_{ph}$                  | 金利の地価反応度               | 0.2164 | 5.6595                    |
| $\phi_y$                     | 金利の GDP 反応度            | 0.7416 | 5.9039                    |
| Taylor ルール ( $\phi_{ygap}$ ) | 金利の GDP ギャップ反応度        | 0.7309 | 5.8969                    |

結果として、ベンチマークの GDP ギャップに反応させる Taylor ルール以上に社会厚生を改善させる EWI は発見されなかった。中間財企業の保有不動産が限界費用に大きな影響を与えることで中間財の価格に大きな変動をもたらすため、New Keynesian Phillips 曲線よりインフレ率が不安定化することになる。Strong においては金利のインフレ率反応度を最適化しているため、保有不動産によるインフレ率による経済の不安定化の抑制が十分に補完できたことになる。ここで、中央銀行の安定化目標である GDP ギャップに反応させる Taylor ルールはインフレ率の変動とは別の変動を抑えるため社会厚生を改善することになる。

日本経済の厚生損失関数ではインフレ率の分散の寄与度が最も大きくなっており、Weak においては金利のインフレ率反応度が最適化されておらず、各 EWI に反応させたとしても大きな改善が見られなかった。一方で、Strong では金利のインフレ率反応度を最適化した上でインフレ率の分散の次に寄与度の高い GDP ギャップに反応させるような政策が社会厚生を改善したと解釈することもできる。

以上の分析から、中央銀行がこれまで通りの政策にオプションとして EWI 反応度をコントロール変数に加える際には不動産業実物投資対 GDP 比率が有益となり、インフレ率反応度と EWI 反応度の双方をコントロール変数として政策を行うことは Taylor ルール以上の効果が得られないため EWI は政策運営上考慮する必要がないと言える。

## 5 結びにかえて

本稿では、金融政策ルールに政策金利の EWI 反応度をコントロール変数として加えた際に社会厚生がどのように変化するかを定量的に分析し、最適な政策を導いた。

分析の結果、中央銀行が平常通りの金融政策ルールにオプションとして金利の EWI 反応度を加える場合において、多くの EWI が政策運営上考慮する必要が無いものの、不動産業実物投資対 GDP 比率のような EWI は有益な指標となるうることが分かった。一方で、金利のインフレ率反応度と金利の EWI 反応度の双方をコントロール変数として扱う場合においては、GDP ギャップに反応させる Taylor ルールほど社会厚生を改善することは無かった。平常時の政策運営を行うにあたり、EWI が社会厚生を改善を引き起こす可能性を示したことは本稿の貢献と言えるだろう。

しかし、残された課題もある。本稿では、中間財企業の純資産や銀行への担保として不動産のみを取り扱っているが、実際の企業は株や債券といった金融資産が多く存在する。Bernanke(1999) のように他金融資産を含めた上で金融市場の不完全性を表現することは現実経済に調整していくためには不可欠であろう。また、分析においては Yuichiro Ito et al(2014) が示した 14 の指標のうち、総与信対 GDP 比率、不動産業実物投資対 GDP 比率、地価対 GDP 比率の 3 つのみを取り上げたが、他の指標であれば更なる社会厚生を改善を見せる可能性がある。より大規模な DSGE モデルを使って、別の EWI の変動を確認することは今後の課題としたい。

## 参考文献

- [1] 齊藤雅士・福永一郎 (2008) 『資産価格と金融政策：動学的一般均衡モデルによる分析と展望』「金融研究」(日本銀行金融研究所), 27(2), pp.1-64.
- [2] 廣瀬康生 (2012) 『DSGE モデルによるマクロ実証分析の方法』三菱経済研究所.
- [3] Ben S. Bernanke, and Mark Gertler. (1999) “Monetary policy and asset price volatility,” *Economic Review*, Federal Reserve Bank of Kansas City, vol. 84, pages 17-51.
- [4] Ben S. Bernanke, Mark Gertler, and Simon Gilchrist. (1999) “The financial accelerator in a quantitative business cycle framework,” *Handbook of Macroeconomics*, Elsevier, Volume 1, Part C.
- [5] Björn Hilberg, and Josef Hollmayr. (2013) “Asset prices, collateral, and unconventional monetary policy in a DSGE model,” *Discussion Papers 36/2013*, Deutsche Bundesbank.
- [6] Dominic Quinta, and Pau Rabanal. (2013) “Monetary and Macroprudential Policy in an Estimated DSGE Model of the Euro Area,” *IMF Working Papers*, 13, 10.5089/9781484333693.001.
- [7] Florina-Cristina Badarau, and Grégory Leveuge. (2011) “Assessing the Effects of Financial Heterogeneity in a Monetary Union : A DSGE Approach,” *LAREFI Working Paper CR11-EFI/08*.
- [8] Florina-Cristina Badarau, and Grégory Leveuge. (2014) “Monetary policy and credit cycles: A DSGE analysis,” *Economic Modelling*, Volume 42, Pages 301-312.
- [9] Hassan Daliri, and Nader Mehrgan. (2014) “The Anatomy of DSGE Models with Banking Industry for Iran’s Economy,” *Iranian Journal of Economic Studies*, Vol.4, No.2, 17-49.
- [10] Hyman P. Minsky (1982) “The Financial-Instability Hypothesis: Capitalist Processes and the Behavior of the Economy,” *Hyman P. Minsky Archive*, Paper 282.
- [11] Iiboshi Hirokuni, Nishiyama Shin-Ichi, and Watanabe Toshiaki. (2006) “An Estimated Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Japanese Economy: A Bayesian Analysis,” *MPRA Paper 85702*.
- [12] Javier Andrés, and Óscar Arce. (2012) “Banking Competition, Housing Prices and Macroeconomic Stability,” *The Economic Journal*, Volume 122, Issue 565,

Pages 1346-1372.

- [13] Javier Andrés, Óscar Arce, and Carlos Thomas. (2013) “Banking competition, collateral constraints and optimal monetary policy,” *Journal of Money, Credit and Banking* Volume 45, Issue s2, 87-125.
- [14] Graciela L. Kaminsky, and Carmen M. Reinhart. (1999) “The Twin Crises: The Causes of Banking and Balance-of-Payments Problems,” *AMERICAN ECONOMIC REVIEW* VOL.89, NO.3.
- [15] Luca Guerrieri, and Matteo Iacoviello. (2017) “Collateral Constraints and Macroeconomic Asymmetries,” *Journal of Monetary Economics*, Volume 90, Pages 28-49.
- [16] Matteo Iacoviello. (2005) “House Prices, Borrowing Constraints, and Monetary Policy in the Business Cycle,” *American Economic Review* VOL.95, NO.3, pp. 739-764.
- [17] Orsolya Csontos, and Zoltán Szalai. (2014) “Early warning indicators: financial and macroeconomic imbalances in Central and Eastern European countries,” *MNB Working Papers*, No. 2014/2.
- [18] Pau Rabanal. (2018) “An Estimated DSGE Model to Analyze Housing Market Policies in Hong Kong SAR,” *IMF Working Papers* 2018/090.
- [19] Sims, Christopher A. (2002) “Solving Linear Rational Expectations Models.” *Computational Economics*, 20(1-2), 1-20.
- [20] Sohei Kaihatsu, and Takushi Kurozumi. (2013) “What Caused Japan’s Great Stagnation in the 1990s?,” *Journal of the Japanese and International Economies*, Volume 34, Pages 217-235.
- [21] Steven C. Salop (1979) “Monopolistic Competition with Outside Goods” *The Bell Journal of Economics*, Vol.10, No.1 (Spring, 1979), pp.141-156
- [22] Sugo T, and Ueda K. (2008) “stimating a dynamic stochastic general equilibrium model for Japan,” *Journal of The Japanese and International Economies*, 22(4), 476-502.
- [23] Yuichiro Ito, Tomiyuki Kitamura, Koji Nakamura, and Takashi Nakazawa. (2014) “New Financial Activity Indexes: Early Warning System for Financial Imbalances in Japan,” *Bank of Japan Working Paper Series*, No.14-E-7.

## (データ出典)

- [24] 内閣府統計表（四半期別 GDP 速報）  
[https://www.esri.cao.go.jp/jp/sna/data/data\\_list/sokuhou/files/2021/toukei\\_2021.html](https://www.esri.cao.go.jp/jp/sna/data/data_list/sokuhou/files/2021/toukei_2021.html), 2021/11/08 データ取得
- [25] 日本銀行 時系列統計データ 検索サイト  
<https://www.stat-search.boj.or.jp/index.html>, 2021/11/08 データ取得
- [26] 日本不動産研究所（公表資料）  
[https://www.reinet.or.jp/?page\\_id=166](https://www.reinet.or.jp/?page_id=166), 2021/12/21 データ取得
- [27] World Bank, Data Catalog  
<https://datacatalog.worldbank.org/search/dataset/0037712>, 2021/11/08  
データ取得

## 補論：対数線形近似

理論モデルの式体系の対数線形化を行い、モデル全体の方程式体系を示す。 $X_{ss}$  は変数  $X_t$  の定常状態を示している。

家計のオイラー方程式：

$$\tilde{c}_t = E_t \tilde{c}_{t+1} - E_t (\tilde{R}_t^D - \tilde{\pi}_{t+1})$$

家計の不動産需要：

$$(1 + \tau^h)(\tilde{p}_t^h - \tilde{c}_t) = (1 + \tau^h - \beta)(z_t^h - \tilde{h}_t) + \beta E_t (\tilde{p}_{t+1}^h - \tilde{c}_{t+1})$$

中間財企業の借入条件：

$$\tilde{b}_t = z_t^m + E_t \tilde{p}_{t+1}^h + \tilde{h}_t^e - (\tilde{R}_t^L - E_t \tilde{\pi}_{t+1})$$

中間財企業のオイラー方程式：

$$\tilde{c}_t^e = \beta^e R_{ss}^L E_t (\tilde{c}_{t+1}^e - \tilde{R}_t^L + \tilde{\pi}_{t+1}) - (1 - \beta^e R_{ss}^L) \tilde{\xi}_t$$

中間財企業の不動産需要：

$$\begin{aligned} \tilde{p}_t^h - \tilde{c}_t^e = & \beta^e E_t \left[ \frac{(1 - \tau^e)\nu}{s_h^e} (\tilde{y}_{t+1} + \tilde{p} I_{t+1} - \tilde{h}_t^e) + \tilde{p}_{t+1}^h - \left\{ \frac{1 - \tau^e}{s_h^e} + 1 \right\} \tilde{c}_{t+1}^e \right] \\ & + m \left( \frac{1}{R_{ss}^L} \right) \left[ z_t^m + \tilde{\xi}_t + E_t \tilde{p}_{t+1}^h - (\tilde{R}_t^L - E_t \tilde{\pi}_{t+1}) \right] \end{aligned}$$

where  $s_h^e \equiv \frac{p_{ss}^h h_{ss}^e}{y_{ss}}$

中間財企業の消費：

$$\tilde{c}_t^e = \frac{1 - \beta^e}{1 - \omega} \left[ (1 - \tau^e)\nu(\tilde{y}_t + \tilde{p}_t^I) + s_h^e(\tilde{p}_t^h + \tilde{h}_{t-1}^e - s_h^e m(\tilde{R}_{t-1}^L + \tilde{b}_{t-1} - \tilde{\pi}_t)) \right]$$

銀行の貸出スプレッド：

$$\begin{aligned} \tilde{R}_t^L = & \tilde{R}_t^D \\ + \frac{\beta R_{ss}^L - 1}{\beta R_{ss}^L} & \left[ \frac{\tilde{R}_t^D + \tilde{p}_t^h - m\beta E_t(\tilde{\pi}_{t+1} + \tilde{p}_{t+1}^h + z_t^m)}{1 - m\beta} - \frac{\eta m E_t(\tilde{\pi}_{t+1} + \tilde{p}_{t+1}^h + z_t^m) - (\tilde{R}_t^D + p_t^h)}{\eta m\beta - 1} \right] \end{aligned}$$

New Keynesian Phillips 曲線：

$$\tilde{\pi}_t = \frac{(1 - \theta)(1 - \beta\theta)}{\theta} p_t^I + \beta E_t \tilde{\pi}_{t+1}$$

限界費用：

$$\tilde{p}_t^I = \tilde{c}_t - \tilde{y}_t + \frac{1+\varphi}{1-\nu}(\tilde{y}_t - z_t^a - \nu\tilde{h}_{t-1}^e)$$

財市場の均衡条件：

$$\tilde{y}_t = \omega\tilde{c}_t + (1-\omega)\tilde{c}_t^e$$

不動産市場の均衡条件：

$$\tilde{h}_t = -\frac{\beta\nu}{\omega\vartheta}\tilde{h}_t^e$$

構造ショック：

$$z_t^x = \rho_x z_{t-1}^x + \epsilon_t^x, \rho_x \in [0, 1), x \in \{m, h, r, a\}$$