金融危機における量的緩和政策による安定化

～DSGE モデルを用いた分析～*

慶應義塾大学経済学部

廣瀬康生研究会

三矢島泉 †

2021 年 1 月

* 本稿は慶應義塾大学経済学部卒業論文として執筆されたものである。本稿の執筆にあたって、廣瀬康生教授（慶應義塾大学）並びに研究会同期、先輩、後輩より有益なご指摘を多数頂いた。ここに記して感謝の意を述べたい。しかし、本稿におけるあらゆる誤り、主張の一切についてはいうまでもなく筆者本人に帰するものである。

† 慶應義塾大学経済学部 4 年

要旨

2008 年に発生したグローバル金融危機において日本では自然利子率の低下が確認された。自然利子率は経済・物価に対して緩和的にも引き締め的にも作用しない実質金利のことであり、中央銀行が金融政策を運営していく上で動向を把握することは重要である。そこで本稿は中央銀行が金融危機における自然利子率の低下に対してどのような金融政策を行うことが望ましいか分析した。そこで動学的確率的一般均衡モデル（DSGE モデル) を用いて、モデル内に金融危機を描写し、金融危機後の対応として量的緩和政策をモデル内に導入し、シミュレーション分析を行った。具体的には価格の硬直性、ポートフォリオ調整コストが組み込まれている Harrison(2017) のモデルに中央銀行の行動としてテイラールールに従った名目金利の調整と量的緩和政策として長期国債買い入れをルール化した。このモデルにおいてまず負の自然利子率ショックを金融危機として与えた。負の自然利子率ショックを与えることで GDP の低下がみられた。GDP の低下により GDP ギャップが低下することで物価の下押し圧力が高まりインフレ率が低下した。更にインフレ率が低下を見せるため名目金利も低下するという動きをみせた。次に上記のショックに対して、中央銀行が量的緩和政策を GDP ギャップの低下に反応するルール、インフレ率の低下に反応するルールとそれぞれ QE ルールを基に長期国債買い入れ割合を決定すると考え、そのパフォーマンスを厚生損失として定義し、評価した。分析の結果、GDP ギャップに反応する QE ルール、インフレ率に反応する QE ルール共に経済を安定化させることができ、GDP ギャップ、インフレ率に適切に反応させる度合いを調整すれば厚生損失の観点から適切な政策であることが明らかになった。更に追加分析として渡辺 (2016) の論点を軸に金融危機よりも深刻な経済を想定し、同じように厚生分析を行った。

目次

1　はじめに

2008 年に発生したグローバル金融危機では世界経済に大打撃を与えた。日本も例外に漏れず様々な指標からみても経済活動が低下したことが確認されている。図 1 は 1990 年から 2020 年にかけての日本の潜在成長率の推移を示している。1990 年から趨勢的に低下をみせているが、特にグローバル金融危機の翌年の 2009 年に潜在成長率がマイナスにまで落ち込んでいる。この潜在成長率とは労働、資本設備という生産要素が正常な水準で稼働した場合の生産水準（潜在 GDP）の成長率のことを指し、岩崎・須藤他 (2016) によると経済分析の実務においては潜在成長率は一定の仮定において、自然利子率の近似値と見なすこと[*1]が多い。潜在成長率が自然利子率の近似値と考えると自然利子率はグローバル金融危機後に潜在成長率と同じような落ち込みを見せていると考えられる。更に岡崎・須藤 (2016)、廣瀬 (2020) では自然利子率の推計を行っているが両者の推定結果でもグローバル金融危機後の 2009 年に自然利子率が負にまで落ち込んでいる。この自然利子率とは経済・物価に対して引き締め的にも緩和的にも作用しない実質金利のことであり、自然利子率の動向を把握することは金融政策運営上重要であると考えられる。例えば、金融緩和は実質金利を自然利子率よりも低位にすることで達成される。このように実質金利を誘導するための手段として中央銀行は主に名目金利の誘導を行う伝統的金融政策が考えられるが、自然利子率が負になった場合を考えると名目金利をゼロに誘導できたとしても GDP ギャップの改善が見られずデフレに陥る状態になってしまう。このような伝統的金融政策である金利誘導が効果を発揮できなくなった時の手段として非伝統的金融政策が挙げられる。本稿では非伝統的金融政策の内の一つである量的緩和政策に焦点を当て、再びグローバル金融危機のような金融危機が再び発生した時にどのように量的緩和政策を実行していくことが経済の安定化に繋がるか考える。

2001 年 3 月に日本銀行で採用された量的緩和政策の目的は「物価が継続的に下落することを防止し、持続的な経済成長のための基盤を整備する」ことであった。この量的緩和政策は、①金融調節の操作目標を無担保コール・レート・オーバーナイト物から日銀当座預金残高に変更して所要準備額を大幅に上回る日銀当座預金を供給する。②潤沢な資金供給を消費者物価指数の前年比上昇率が安定的にゼロ％以上となるまで続けることを約束し、③日銀当座預金の円滑な供給に必要な場合には長期国債の買い入れを増額する事の 3 つの柱で構成されていた[*2]。この政策は名目金利がゼロ付近に近づき、これまで主流であった中央銀行が名目金利を操作目標とする金融調節ができない状態にあるという状況を鑑みて採用された。以上の 3 つの柱は約束（コミットメント）による予想物価上昇率の引き上げと大量の国債を買うことによる名目金利の引き下げを行うことで、実質金利を大幅に引き下げ、物価を上昇させるメカニズムによるものである。特に大量の国債購入は日本銀行だけでなく FRB や BOE でも採用されている。

そこで本稿では、2008 年の金融危機のようなショックが日本に再び発生した場合に中央銀

[*1] 詳しくは岩崎・須藤他 (2016) を参照されたい。
[*2] 以上の量的緩和政策に関する説明は鵜飼 (2006) を一部改変し筆者が作成した。

図 1　潜在成長率の推移（前年比、％表示)

出典　日本銀行 「需給ギャップと潜在成長率」より筆者作成

行が量的緩和政策を行った場合にどのように量的緩和政策を実行すれば経済の安定化に効果を発揮するのか動学的確率的一般均衡モデル（DSGE モデル）を用いて分析を行う。DSGE モデルを用いた分析では、ショックや政策ルールに関して仮想的な経済環境、経済構造のもとでシミュレーションを行うことが可能であり、定量的に政策効果を評価することができる。本稿は長期国債買い入れを明示的に取り入れた Harrison(2017) に従って量的緩和政策（QE）を含む DSGE モデルを導出し、金融危機を想定して自然利子率ショックを発生させる。金融危機に対してルール化させた QE で安定化を検討し、政策効果を分析する。　本稿の分析から主に次の結果を得た。QE を行わずテイラールールに従うのみの金融政策よりも QE を GDP ギャップやインフレ率に反応させたルールを持たせる方が、金融危機が実体経済に与える影響をより小さくできることが示唆された。またこの QE ルールは政策実務上無理がない範囲で実践できるようなルールであることも確認することができた。

2 理論モデル

本稿のモデルは、Calvo 型名目価格の硬直性、ポートフォリオ調整コストといった摩擦要因を考慮した Harrison(2017) のニューケインジアンモデルを基礎として中央銀行部門は Taylor(1983) に端を発する金融政策ルールに従っているとし、廣瀬 (2012) を参考に定式化した。また量的緩和政策 (QE) については外生的に与えることができるものとして中央銀行の行う金融政策をより明快にしたモデルである。DSGE モデルで分析を行う最大のメリットは、ルーカス批判を回避できることである。DSGE モデルはフォワードルッキングな各経済主体がそれぞれ最適化行動を行うというミクロ的基礎付けのあるマクロ経済モデルである。また政策スタンスに依存しないとされているディープパラメータのみを外生的に固定して合理的意思決定を導くため、政策分析をすることも可能である。本稿での経済主体は、家計、企業、中央銀行、政府が存在する。

2.1 家計

家計 $h \in [0,1]$ は消費 $c_t(h)$ によって効用を得て、労働 $n_t(h)$ により不効用になる家計の効用関数で表現する。そのため次のように家計の効用関数を表す。

$$maxE_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left\{ \frac{c_t(h)^{1-\frac{1}{\sigma}} - 1}{1-\frac{1}{\sigma}} - \frac{\phi_t n_t(h)^{1+\psi}}{1+\psi} \right\}$$

ここで、β は主観的割引率、σ は異時点間代替の弾力性、ψ は労働供給の弾力性の逆数、$c_t(h)$ は消費、$n_t(h)$ は労働を表している。選好ショック ϕ_t が効用関数に含まれており、自然利子率が持続的な低下を生み出す需要ショックとして機能している。家計の予算制約式は、次のように与えられる。

$$\begin{aligned} B_{L,t}(h) + B_t(h) = &R^1_{L,t} B_{L,t-1}(h) + R_{t-1}B_{t-1}(h) + W_t(h)n_t(h) + T_t(h) + D_t(h) - P_t c_t(h) \\ &- \frac{\nu P_t(b(h)+b_L(h))}{2}\left[\delta\frac{B_t(h)}{B_{L,t}(h)} - 1\right]^2 - \frac{\xi P_t(b(h)+b_L(h))}{2}\left[\frac{B_t(h)/B_{L,t}(h)}{B_{t-1}(h)/B_{L,t-1}(h)} - 1\right]^2 \end{aligned}$$

ここで予算制約式では家計が長期国債 $B_{L,t}$ と短期国債 B_t の 2 つの資産を保有していると仮定している。また、$R^1_{L,t}$ は長期国債の利子率[*3]、R_{t-1} は短期国債の利子率、$W_t(h)$ は賃金、$n_t(h)$ は労働、$T_t(h)$ は政府からの税金、D_t は企業からの配当、P_t は価格、ν はポートフォリオミックスに関する長期国債利子率の弾力性、ξ はポートフォリオミックスの変化に関する長期国債利子率の弾力性、δ は長期国債と短期国債の比率の定常状態を表す。家計は左辺にて表

[*3] $R^1_{L,t} = \frac{1+\chi V_t}{V_{t-1}}$($\chi$ は債券の名目利子率、V は債券の名目価格を表す。) と定式化されている。

されている長期国債と短期国債の保有にかかるコストを右辺にて表される家計の収入で賄っているとしている。その際、右辺の最終項とそのひとつ前の項はポートフォリオ調整コストと呼ばれる。また b_t,$b_{L,t}$ については以下の式が成り立つ。

$$\frac{B_t}{P_t} = b_t = b > 0, \forall t$$

$$\frac{B_{L,t}}{P_t} = b_{L,t}, \forall t$$

家計の $c_t(h)$、$n_t(h)$、$B_t(h)$、$B_{L,t}(h)$ に関する最適な選択を導出するために、μ_t をラグランジュ乗数として次のようにラグランジュ関数を設定する。そして 1 階の条件はそれぞれ次のようになる。

消費の FOC

$$c_t^{-\frac{1}{\sigma}} = \mu_t P_t$$

労働の FOC

$$\phi_t n_t^{\psi} = W_t \mu_t$$

短期国債の FOC

$$0 = -\mu_t - \mu_t \frac{\nu\delta P_t(b(h)+b_L(h))}{B_{L,t}(h)} \left[\delta \frac{B_t(h)}{B_{L,t}(h)} - 1\right]$$

$$-\mu_t \frac{\xi P_t(b(h)+b_L(h))}{B_{t-1}(h)} \frac{B_{L,t-1}(h)}{B_{L,t}(h)} \left[\frac{B_t(h)}{B_{t-1}(h)} \frac{B_{L,t-1}(h)}{B_{L,t}(h)} - 1\right] + \beta R_t E_t \mu_{t+1}$$

$$+\beta E_t \mu_{t+1} \frac{\xi P_{t+1}(b(h)+b_L(h))B_{t+1}(h)}{(B_t(h))^2} \frac{B_{L,t}(h)}{B_{L,t+1}(h)} \left[\frac{B_{t+1}(h)}{B_t(h)} \frac{B_{L,t}(h)}{B_{L,t+1}(h)} - 1\right]$$

長期国債の FOC

$$0 = -\mu_t - \mu_t \frac{\nu\delta P_t(b(h)+b_L(h))B_t(h)}{(B_{L,t}(h))^2} \left[\delta \frac{B_t(h)}{B_{L,t}(h)} - 1\right]$$

$$-\mu_t \frac{\xi P_t(b(h)+b_L(h))B_t(h)}{B_{t-1}(h)} \frac{B_{L,t-1}(h)}{(B_{L,t}(h))^2} \left[\frac{B_t(h)}{B_{t-1}(h)} \frac{B_{L,t-1}(h)}{B_{L,t}(h)} - 1\right] + \beta E_t R_{L,t+1}^1 \mu t + 1$$

$$-\beta E_t \mu_{t+1} \frac{\xi P_{t+1}(b(h)+b_L(h))B_{t+1}(h)}{B_t(h)} \frac{1}{B_{L,t+1}(h)} \left[\frac{B_{t+1}(h)}{B_t(h)} \frac{B_{L,t}(h)}{B_{L,t+1}(h)} - 1\right]$$

2.2 企業

独占的競争市場で中間財企業 $j \in (0,1)$ は差別化された財 $y_{j,t}$ を製造し、その $y_{j,t}$ を最終財企業が買い取り、以下の Dixit-Stiglitz 生産関数で最終財 y_t を生産する場合を考える。

$$y_t = \left[\int_0^1 y_{j,t}^{1-\eta_t^{-1}} dj \right]^{\frac{1}{1-\eta_t^{-1}}}$$

ここで η_t は消費の弾力性の代替性を表す。これはフィリップスカーブを構成するコストプッシュショックを作るにあたり、対数線形近似をした際に価格の決定要因になる。中間財生産企業の生産技術は、次の生産関数によって表す。

$$y_{j,t} = An_{j,t}$$

この生産関数は労働量 $n_{j,t}$ を投入し、生産技術 A によって生産量 $y_{j,t}$ を生産する事を意味する。また、中間財生産企業 j の利潤は以下のように表す。

$$\frac{(1+s)P_{j,t}}{P_t} y_{j,t} - w_t n_{j,t} = \left((1+s)\frac{P_{j,t}}{P_t} - \frac{w_t}{A} \right) \left(\frac{P_{j,t}}{P_t} \right)^{-\eta_t} y_t$$

ここで s は定常状態における生産レベルが効率的であることを保証するために生産者に支払われる補助金を表し、この仮定により適切に家計の効用関数を二次近似できる。またCalvo(1983) の価格決定により、価格を設定できる生産者の目的関数は以下のように表すことができる。

$$maxE_t \sum_{k=t}^{\infty} \lambda_k (\beta\alpha)^{k-t} \left((1+s)\frac{P_{j,t}}{P_k} - \frac{w_k}{A} \right) \left(\frac{P_{j,t}}{P_k} \right)^{-\eta_t} y_k$$

ここで λ は家計の割引率を表し、$0 \leq \alpha < 1$ は各期間に価格を変えることができない割合を示す。

2.3 中央銀行

中央銀行は伝統的な金融政策として名目利子率を調整する。利子率の調整はテイラー型として Taylor(1993) の金融政策ルールに従うものとする。すなわち、インフレ率と生産ギャップに対する利子率の反応を示す。廣瀬 (2012) にならい次のように金融政策ルールを想定する。

$$logR_t^n = \phi^r logR_{t-1}^n + (1-\phi^r) \left\{ logR^n + \phi_\pi^r \left(\frac{1}{4} \sum_{j=0}^{3} log\frac{\pi_{t-j}}{\pi} \right) + \phi_x^r logx_t \right\} + z_t^r$$

ここで、$\phi^r \in [0,1)$ は金利スムージングの度合いを示すパラメータ、R^n は名目利子率の定常値、$\phi_\pi^r, \phi_x^r \geq 0$ はそれぞれインフレ率と GDP ギャップに対する利子率の反応を示す。z_t^r は金融政策ショックであり、ルールに従った対応からの乖離を表す。

2.4 政府

政府部門は金融政策に焦点を当てるために財政政策は非常に単純化されたものになっている。ここでは政府支出は無く、家計からの移転所得は一時的なものであるとする。1 期間の政

府の予算制約式は次のようになる。

$$B_t + B_{L,t} = R_{t-1} + R^1_{L,t} B_{L,t-1} - Z_t - P_t \tau_t$$

ここで Z_t は中央銀行の資産購入量、τ_t は家計との税による所得移転の支払いを表す。Z_t を政府の予算制約式に含めることによって QE が国債を買うという仮定を置くことができる。

政府の予算制約式内に含まれている中央銀行の資産購入量 Z_t 次のようになる。

$$Z_t = Q_t - R^1_{L,t} Q_{t-1}$$

ここで Q_t は t 期における長期国債買い入れ量を表す。中央銀行の資産購入量は次のようになる。

$$Q_t = q_t B_{L,t}$$

ここで q_t は中央銀行が購入する長期国債の割合を表しており、この q_t を中央銀行が外生的に操作でき、量的緩和政策として機能する変数である。

$$q_t = \rho_q q_{t-1} + \epsilon^q_t$$

2.5　構造ショック

本モデルには、3 つの構造ショック（自然利子率ショック $z^{r^*}_t$、コストプッシュショック z^u_t、金融政策ショック z^r_t）が含まれている。それぞれのショックは、定常な 1 階の自己回帰過程に従うと仮定する。

$$z^x_t = \rho_x z^x_{t-1} + \epsilon^x_t$$

ここで $x \in r^*, u, r$ について、$\rho_x \in [0, 1)$ は自己回帰係数を表し、ϵ^x_t は平均 0 、分散 σ^2_x の正規分布に従うものとする。自己回帰係数 ρ_x の値が大きいほど前期の影響を強く受けることになる。つまり ρ_x の値はショックの持続性の大きさを表している。

2.6　対数線形近似

以上のように本稿のモデルは連立方程式体系で表現されており、各方程式の中には非線形方程式、無限級数や無限乗積を含む式があり、このままで分析が困難である。そのため対数線形近似をする必要がある。本稿では Harrison(2017)、廣瀬 (2012) に従い、トレンドを持つ変数のトレンドを除去し、定常状態を求め、その定常状態からの乖離率を用いて分析を行う。各変数の定常状態からの乖離率 $\tilde{x}$ は、その変数の定常状態を x として、次のように定義される。

$$\tilde{x}_t = log\left(\frac{x_t}{x}\right)$$

本稿のモデルの式体系を対数線形近似したものは巻末の補論に掲載している。次章では、このモデルをもとにシミュレーションを行う。本稿のモデルのトレンドを除去し、対数線形近似をした後は、Sims(2002) の方法に従って以下のように行列表示する。

$$\Gamma_0 s_t = \Gamma_1 s_{t-1} + \Psi_0 \epsilon_t + \Pi_0 \eta_t$$

ここで、Γ_0,Γ_1,Ψ_0,Π_0 は構造パラメータによって表される係数行列であり、s_t は内生変数のベクトル、ϵ_t は外生ショックのベクトルである。η_t は $E_t\eta_{t+1} = 0, \forall t$ を満たす予測誤差ベクトルである。モデルの解が一意に決まる場合、この式は以下のように解ける。

$$s_t = \Psi_1 s_{t-1} + \Psi_\epsilon \epsilon_t$$

Ψ_1,Ψ_ϵ はモデルの構造、あるいは構造パラメータによって規定される行列であるため、内生変数のベクトル s_t は制約付き VAR(1) 過程に従うものとする。そのため通常の時系列分析の手法を用いることができる。

2.7　パラメータ及び定常状態の設定

パラメータの値に関しては、主に Harrison(2017) のカリブレーション*4、廣瀬 (2012) の推定を基に設定した。廣瀬 (2012) では日本のマクロ経済データを用いてベイズ推定によってパラメータを推定しており本稿の分析においても妥当な値であると考えられる。これらのパラメータは表 1 にまとめられている。

*4 各パラメータのカリブレーションについての詳細は Harrison(2017) を参考されたい。

表１　パラメータの設定

	パラメータ	値	ソース
σ	異時点間代替の弾力性	1	Harrison(2017)
κ	フィッリプスカーブの傾き	0.0516	Harrison(2017)
β	主観的割引率	0.9918	Harrison(2017)
η	消費の弾力性の代替性	7.66	Harrison(2017)
ψ	労働供給の弾力性の逆数	1	Harrison(2017)
χ	10 年物長期国債の利子率	0.975	Harrison(2017)
δ	長期国債と短期国債の比率の定常状態	0.3	Harrison(2017)
α	価格を改定できない割合	0.855	Harrison(2017)
ν	ポートフォリオミックスに関する長期国債利子率の弾力性	0.35	Harrison(2017)
ξ	ポートフォリオミックスの変化に関する長期国債利子率の弾力性	3.2	Harrison(2017)
ρ_r^*	自然利子率ショックの持続性	0.95	Harrison(2017)
ρ_u	コストプッシュショックの持続性	0	Harrison(2017)
ρ_r	金融政策ショックの持続性	0.481	廣瀬 (2012)
ρ_q	QE の持続性	0.95	Harrison(2011)
σ_r^*	自然利子率ショックの標準偏差	0.25	Harrison(2017)
σ_u	コストプッシュショックの標準偏差	0.154	Harrison(2017)
σ_r	金融政策ショックの標準偏差	0.102	廣瀬 (2012)
ϕ_π	インフレ率に対する反応度合い	1.78	廣瀬 (2012)
ϕ_x	GDP ギャップに対する反応度合い	0.044	廣瀬 (2012)
ϕ_r	金利スムージングの度合い	0.733	廣瀬 (2012)

3　分析

本稿は金融危機が再び発生した際に、量的緩和政策を実行することにより経済の安定化を図る分析を行う。具体的には前章で記した仮想経済のモデルに自然利子率に負のショックを与えることで自然利子率が下落することを金融危機として描写する。自然利子率は経済に対して引き締め的にも緩和的にも作用しない実質金利のことであり GDP の観点からみると現実の GDP が理論的に決定される潜在 GDP と同じ水準にあるとき自然利子率が実質金利と一致する。この自然利子率が外生的な負のショックにより下落すると需給が一致せず効率的な資源配分とならない。このような状況は金融危機時にも観測することができるため自然利子率への負のショックを金融危機として翻訳することができる。3.1 節では金融危機発生時に日本で観測された GDP ギャップの低下を自然利子率ショックとして表現することで金融危機を模した。また前章でのモデルは中央銀行の量的緩和政策については長期国債買い入れの割合 q_t を外生的に操作することにより安定化を図っていることになっている。この量的緩和政策を意味する q_t に関して 3.2 節では前章のようなベースラインモデルの q_t に関する式に経済変数を追加することにより QE ルールを考える。3.3 節では最も安定化する QE ルールはどのようなものかについて考えている。その際の指標として分散分析による厚生損失を定義して厚生損失が最小となる QE ルールを考える。また 3.4 節では渡辺 (2016) の論点を軸としてベースラインモデルよりも深刻化した経済を想定する。ここでも厚生分析を行い、3.3 節との厚生分析との最適な QE ルールの変化をみていく。

3.1　ベースラインシミュレーション

以上の設定のもと、自然利子率ショックに対するインパルス応答の推移をみていく。図 2 では負の自然利子率ショック ($\epsilon_1^{r^*} = -1.48$) に対するインパルス応答を示している。自然利子率ショックの大きさに関しては、GDP ギャップの定常状態の乖離率が約マイナス 5.53 %になるように設定した。これは日本銀行が公表している 2009 年 2 Q の GDP ギャップがマイナス 5.53 %に落ち込んでおり、前年発生したグローバル金融危機の影響により落ち込んでいると考えたためである。

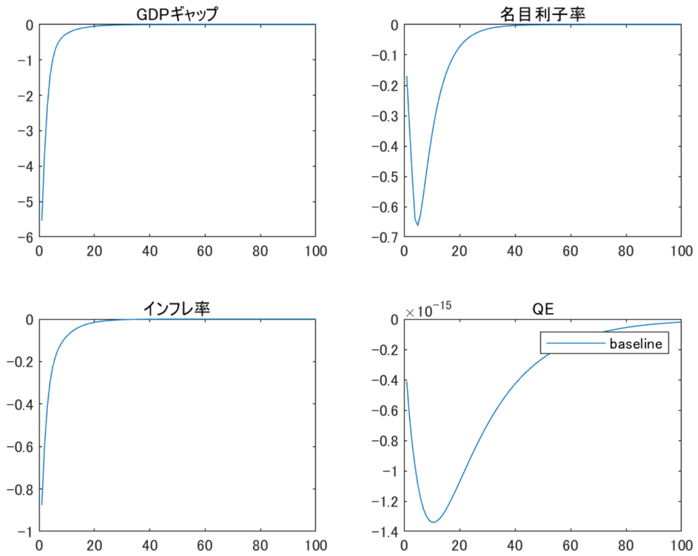

図 2　自然利子率ショックに対するインパルス応答（定常状態からの乖離率、％表示)

備考　自然利子率ショックを与えた場合の各変数のインパルス応答を示す。ショックの大きさはグローバル金融危機発生翌年の 2009 年に日本での GDP ギャップが 5.53 %低下したことに倣い、GDP ギャップの定常状態からの乖離率が約マイナス 5.53 %になるように設定した。($\epsilon_1^{r^*} = -1.48$)

図 2 のインパルス応答を分析すると、負の自然利子率ショック（金融危機）が発生した時、まず自然利子率つまり経済が潜在 GDP の水準にあるときに実現する実質金利が低下する。結果、現実の実質金利が自然利子率を上回ることになり GDP ギャップが低下する。GDP ギャップが低下することで物価の下押し圧力が高まりインフレ率が低下する。更にインフレ率が低下を見せるため名目金利も低下する。また中央銀行はテイラールールに基づき名目利子率を調整するが GDP ギャップとインフレ率の低下の影響を受けざるを得ない状況であることが確認できる。尚、この時の QE についてはインパルス応答では微小の反応があるが長期国債買い入れについては何も外生的な変化を与えていない状況なので全期間を通してゼロであると捉えることに注意されたい。

3.2　QE ルールによる安定化

前節では、QE を決定する式として 2 章のモデルにて説明した以下の式にてベースラインシミュレーションを行った。次の式はモデル内で示した中央銀行の長期国債買い入れ割合の程度を説明したものである。

$$q_t = \rho_q q_{t-1} + \epsilon_t^q$$

この式は前期の長期国債の買い入れ割合を踏襲した上で QE の大きさを決めることができると解釈できる。しかしながら中央銀行は様々な政策変数を観測した上で最も望ましい金融政策を実行することが求められる。今回は特に GDP ギャップ、インフレ率の二つの変数を中央

銀行が政策運営上重要視する経済変数と考える。ベースラインの QE に関する式にそれぞれ GDP ギャップ、インフレ率を加えると次のようになる。

GDP ギャップを加える場合

$$q_t = \rho_q q_{t-1} + (1 - \rho_q)\psi_x x_t$$

インフレ率を加える場合

$$q_t = \rho_q q_{t-1} + (1 - \rho_q)\psi_\pi \pi_t$$

ここで ψ_x、ψ_π はそれぞれ当期の GDP ギャップ、インフレ率の定常状態からの乖離率にどれだけ長期国債の買い入れ割合 (QE) を反応させるか表すパラメータである。まずこれらの QE ルールによる安定化を確認するためにベースラインシミュレーションと同様にインパルス応答分析を行った。

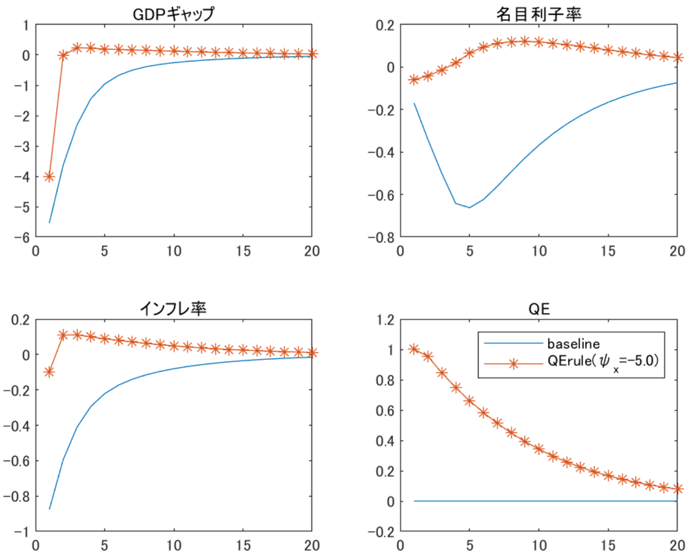

図 3　自然利子率ショックによる安定化政策（GDP ギャップを反応させた QE ルール）（定常状態からの乖離率、％表示)

<u>備考</u>　GDP ギャップを反応させた QE ルール $(q_t = \rho_q q_{t-1} + (1-\rho_q)\psi_x x_t)(\psi_x = -5.0)$ 下で自然利子率ショックを与えた場合の各変数のインパルス応答を示す。ショックの大きさはグローバル金融危機発生翌年の 2009 年に日本での GDP ギャップが 5.53 %低下したことに倣い、GDP ギャップの定常状態からの乖離率が約マイナス 5.53 %になるように設定した。$(\epsilon_1^{r^*} = -1.48)$

図 3 は前節で行ったベースラインシミュレーションと GDP ギャップを反応させた QE ルールにより安定化させたケースのインパルス応答を比較したものである。自然利子率ショックにて落ち込んだ GDP ギャップ、インフレ率、名目利子率は GDP ギャップを反応させた QE ルールを課すことにより落ち込みを改善することができている。また QE は GDP ギャップが落ち込んだ分、長期国債買い入れの割合を高めるルールとしているため上昇していることが確認できる。

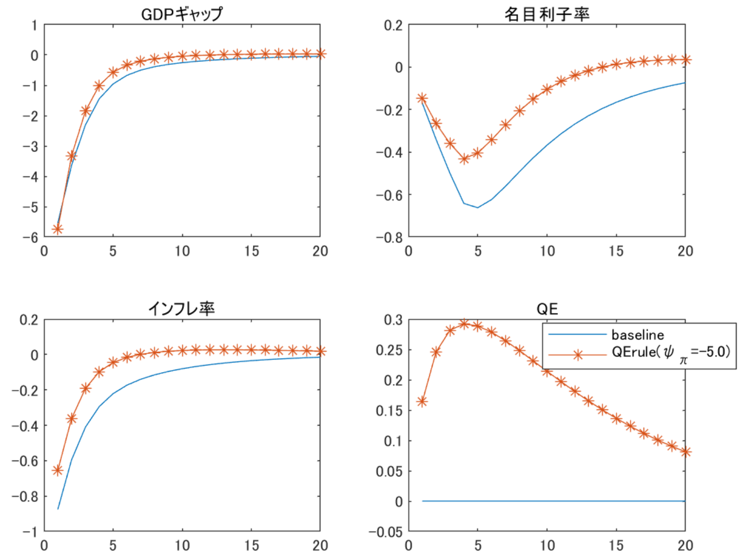

図 4　自然利子率ショックによる安定化政策（インフレ率を反応させた QE ルール）(定常状態からの乖離率、%表示)

備考　インフレ率を反応させた QE ルール $(q_t = \rho_q q_{t-1} + (1-\rho_q)\psi_\pi \pi_t)(\psi_\pi = -5.0)$ 下で自然利子率ショックを与えた場合の各変数のインパルス応答を示す。ショックの大きさはグローバル金融危機発生翌年の 2009 年に日本での GDP ギャップが 5.53 %低下したことに倣い、GDP ギャップの定常状態からの乖離率が約マイナス 5.53 %になるように設定した。$(\epsilon_1^{r^*} = -1.48)$

図 4 は前節で行ったベースラインシミュレーションとインフレ率を反応させた QE ルールにより安定化させたケースのインパルス応答を比較したものである。自然利子率ショックにて落ち込んだ GDP ギャップ、インフレ率、名目利子率はインフレ率を反応させた QE ルールを課すことにより落ち込みを改善することができている。また QE はインフレ率が落ち込んだ分、長期国債買い入れの割合を高めるルールとしているため上昇していることが確認できる。

このように中央銀行が QE に GDP ギャップやインフレ率を参照させて反応させることにより金融危機による経済の不安定化を軽減できることが傾向としてあることが分かった。次節では具体的に GDP ギャップ、インフレ率を QE ルールにどの程度反応させると最も経済の安定化に繋がるか考える。

3.3　厚生分析

前節では QE を外生的に決定する式を GDP ギャップを反応させたルール、インフレ率を反応させたルールにそれぞれルール化させた。インパルス応答を確認すると両者ともに GDP ギャップ、インフレ率ともに改善が見られた。これらのインパルス応答を参考に本節では QE をルール化することで厚生損失が最も小さいパラメータを見つけ、QE ルールによる安定化を目指す。　厚生損失に関しては、齊藤、福永 (2008),Harrison(2017) を参考に次のように定義する。

$$厚生損失＝ \quad GDP\, ギャップの分散 + インフレ率の分散 + QE\, の分散$$

このように定義して、まず GDP ギャップを QE に反応させたルールの厚生分析を行った。表 2 は自然利子率ショックを与えた際に GDP ギャップを反応させた QE ルールを課して安定化を図った際の厚生損失についてパラメータ (ψ_x) の数値を変更しながら最も厚生損失が小さい政策を調べた。

表 2　自然利子率ショック下での QE ルールによる安定化

パラメータ	GDP ギャップの分散	インフレ率の分散	QE の分散	厚生損失
baseline	1.5851	0.0600	0	1.6451
$\psi_x = -1.0$	1.7659	0.0240	0.0782	1.8681
$\psi_x = -10.0$	0.2631	0.0237	0.1487	0.4356
$\psi_x = -20.0$	0.1306	0.0237	0.1707	0.3250
$\psi_x = -30.0$	0.0848	0.0237	0.1882	0.2967
$\psi_x = -40.0$	0.0617	0.0237	0.2038	0.2891
$\psi_x = -44.0$	0.0553	0.0237	0.2096	0.2886
$\psi_x = -45.0$	0.0539	0.0237	0.2110	0.2887
$\psi_x = -50.0$	0.0478	0.0237	0.2180	0.2895

備考　自然利子率ショックを与えた場合の厚生損失を示す。1 行目は QE ルールを課せずに自然利子率ショックを与えたケースを表している。それ以下の行は GDP ギャップを反応させた QE ルールを課した時の厚生損失を表す。

表 2 によると ψ_x の反応を大きくする、つまり GDP ギャップの減少に対して QE を反応させればさせるほど厚生損失が小さくなる傾向がある。しかし $\psi_x = -45.0$ に差し掛かると厚生損失が大きくなり始め望ましくない政策になってしまう。そのため最も小さい厚生損失は 0.2886 でパラメータは $\psi_x = -44.0$ となった。GDP ギャップの分散は QE ルールを課し、反応させるパラメータの値を大きくすれば減少していくことが分かるがその反面、QE の分散は QE が大きくなるに従い分散が大きくなり GDP ギャップの分散と QE の分散はいわばトレードオフの関係にあるため最適なパラメータを大きくする政策が必ずしも良いとはいえず、$\psi_x = -44.0$ が厚生損失が最も小さいことになった。

次に、インフレ率を QE に反応させたルールの厚生分析を行った。表 3 は自然利子率ショックを与えた際にインフレ率を反応させた QE ルールを課して安定化を図った際の厚生損失についてパラメータ (ψ_π) の数値を変更しながら最も厚生損失が小さい政策を調べた。

表 3　自然利子率ショック下での QE ルール（インフレ率を反応）による安定化

パラメータ	GDP ギャップの分散	インフレ率の分散	QE の分散	厚生損失
baseline	1.5851	0.0600	0	1.6451
$\psi_\pi = -1.0$	1.7242	0.0508	0.0040	1.7791
$\psi_\pi = -5.0$	1.6364	0.0323	0.0267	1.6954
$\psi_\pi = -10.0$	1.5302	0.0237	0.0402	1.6001
$\psi_\pi = -15.0$	1.4800	0.0193	0.0606	1.5599
$\psi_\pi = -16.0$	1.4749	0.0187	0.0630	1.5566
$\psi_\pi = -17.0$	1.4711	0.0181	0.0654	1.5547
$\psi_\pi = -18.0$	1.4685	0.0176	0.0678	1.5539
$\psi_\pi = -19.0$	1.4670	0.0171	0.0700	1.5541
$\psi_\pi = -20.0$	1.4664	0.0166	0.0722	1.5553
$\psi_\pi = -30.0$	1.5006	0.0134	0.0915	1.6055

備考　自然利子率ショックを与えた場合の厚生損失を示す。1 行目は QE ルールを課せずに自然利子率ショックを与えたケースを表している。それ以下の行はインフレ率を反応させた QE ルールを課した時の厚生損失を表す。

表 3 によると GDP ギャップを反応させたルールと同様に、インフレ率の減少に対して QE を反応させればさせるほど厚生損失が小さくなる傾向がある。また $\psi_\pi = -19.0$ にパラメータを設定すると厚生損失が大きくなり始めてしまう。インフレ率の分散は QE ルールを課し、反応させるパラメータの値を大きくすれば減少するがその反面、QE の分散は QE が大きくなるに従い分散が大きくなりインフレ率の分散と QE の分散はいわばトレードオフの関係にあるため最適なパラメータを大きくする政策が必ずしも良いとはいえず、$\psi_\pi = -18.0$ が厚生損失 1.5539 で最も小さいことになった。

次に以上の分析が現実的かどうかについて考えていく。まず GDP ギャップを反応させた QE ルールにおいて最も小さい厚生損失は 0.2886 でパラメータが $\psi_x = -44.0$ の時であった。ここで QE ルールは前期の長期国債買い入れ割合を 95 ％参照し、GDP ギャップに 5 ％反応させているルールであるため、例えば当期の GDP ギャップが 1 ％下落する時、QE を 2.2 ％引き上げるようなルールとして解釈できる。またインフレ率に反応させたルールについて最も小さい厚生損失は 1.5539 でパラメータが $\psi_\pi = -18.0$ の時であった。このルールにおいても QE ルールは前期の長期国債買い入れ割合を 95 ％参照し、インフレ率に 5 ％反応させているルールであるため、例えば当期のインフレ率が 1 ％下落する時、QE を 0.9 ％引き上げるようなルールとして解釈でき、両者ともに現実的な政策対応ができるような範疇であるといえる。

3.4　追加分析

前節までは金融危機が発生した場合の安定化政策について検討してきたが、追加分析として更に深刻な経済になった時でも QE ルールは役目を果たすか分析を行った。本節では渡辺 (2016) を軸として議論を進める。渡辺 (2016) では 1970 年代から 2010 年代の CPI の前年比

変化率を調査している。1970 年代は CPI の前年比変化率は約 10 %から 20 %を推移していたが 1990 年代後半から約 50 %に増加している。これはモデルに落とし込むと価格硬直性が高い状況であると考えられ、本稿のベースラインシミュレーションでは価格を改定できない確率は $0.855(\alpha)$[*5]であったが本節では 0.9 と設定して厚生分析を行った。一般的に価格を改定できない確率 (α) は次のように定式化すると平均的な価格を改定できない期間を表している。

$$\text{価格を改定できない期間} = \frac{1}{1-\alpha}$$

$\alpha = 0.9$ であるということは 10 期間 (四半期が一期間であるので 2.5 年) 価格を改定できないと考えることが出来る。このような状況をベースラインモデルよりも更に深刻な経済状態として厚生分析を行うと表4、表5のようになる。

表 4　価格を更に硬直的にした経済下でのでの QE ルール（GDP ギャップに反応）による安定化

パラメータ	GDP ギャップの分散	インフレ率の分散	QE の分散	厚生損失
baseline	2.3706	0.0405	0	2.4111
$\psi_x = -1.0$	1.7302	0.0267	0.0894	1.8463
$\psi_x = -10.0$	0.2636	0.0237	0.1528	0.4401
$\psi_x = -20.0$	0.1305	0.0237	0.1728	0.3270
$\psi_x = -30.0$	0.0847	0.0237	0.1896	0.2979
$\psi_x = -40.0$	0.0616	0.0237	0.2047	0.2900
$\psi_x = -44.0$	0.0553	0.0237	0.2104	0.2894
$\psi_x = -45.0$	0.0539	0.0237	0.2118	0.2894
$\psi_x = -50.0$	0.0477	0.0237	0.2187	0.2901

備考　自然利子率ショックを与え、ベースラインシミュレーションから更に価格を硬直的にした経済での厚生損失を示す。1 行目は QE ルールを課せずに自然利子率ショックを与えたケースを表している。それ以下の行は GDP ギャップを反応させた QE ルールを課した時の厚生損失を表す。

[*5] 表 1 参照

表 5　価格を更に硬直的にした経済下でのでの QE ルール（インフレ率に反応）による安定化

パラメータ	GDP ギャップの分散	インフレ率の分散	QE の分散	厚生損失
baseline	2.3706	0.0405	0	2.4111
$\psi_\pi = -1.0$	2.5212	0.0352	0.0025	2.5590
$\psi_\pi = -5.0$	2.3969	0.0255	0.0190	2.4413
$\psi_\pi = -10.0$	2.3116	0.0208	0.0364	2.3687
$\psi_\pi = -11.0$	2.3064	0.0202	0.0395	2.3661
$\psi_\pi = -12.0$	2.3045	0.0196	0.0425	2.3666
$\psi_\pi = -13.0$	2.3053	0.0191	0.0455	2.3699
$\psi_\pi = -14.0$	2.3089	0.0186	0.0484	2.3759
$\psi_\pi = -15.0$	2.3148	0.0182	0.0512	2.3842

備考　自然利子率ショックを与え、ベースラインシミュレーションから更に価格を硬直的にした経済での厚生損失を示す。1 行目は QE ルールを課せずに自然利子率ショックを与えたケースを表している。それ以下の行はインフレ率を反応させた QE ルールを課した時の厚生損失を表す。

表 4・5 はベースラインシミュレーションよりも更に深刻な経済状況にて GDP ギャップを反応させた QE ルール、インフレ率を反応させた QE ルールでそれぞれ対応を図った際の厚生損失をまとめたものである。GDP ギャップに反応させた QE ルールを課した場合、$\psi_x = -44.0, -45.0$ の時に厚生損失が 0.2894 で最小になることが分かった。3.3 節の分析と比較すると反応させるパラメータや厚生損失の大きさにあまり変化がないことが分かった。しかし、インフレ率に反応させた QE ルールを課した場合、$\psi_\pi = -11.0$ の時に厚生損失が 2.3661 で最小になることが分かった。3.3 節の分析では $\psi_\pi = -18.0$ の時に厚生損失が 1.5539 になる QE ルールが最も安定化を図ることができる政策であった。企業の価格設定行動を硬直的にしたためベースライン市キュレーションよりも物価が伸縮的に決定しないようになった。そのため企業の物価動向に直接的に左右されるインフレ率を反応させたルールで安定化を図ろうとしても改善があまりみられないという帰結になった。

4　結びにかえて

本稿では、金融危機時に中央銀行がどのように量的緩和政策を行うことが望ましいかについて検証を行った。DSGE モデルを用いた分析より、量的緩和政策 (QE) をルール化し、中央銀行が金融政策を行うことにより厚生損失を下げることができ経済の安定化を図ることができる。しかしながら本稿の分析についていくつか限界点を述べていく。一点目は量的緩和政策の内、中央銀行の長期国債買い入れ行動のみを明示的に取り入れていることである。約束（コミットメント）による予想物価上昇率の引き上げはモデル内に取り入れていないため現実の金融政策を政策に描写できているわけではない。二点目は名目利子率の非負制約を取り入れずに分析を行ったことである。本稿の分析では名目利子率がマイナスになる可能性があるが、現実の経済では名目利子率が負になることはない。この点も現実の経済状況を正確に把握しているとはいえない。以上この二点を今後の課題としたい。

こうした限界を考慮しても金融危機が発生した場合に量的緩和政策の効果を定量的に分析した点は本稿の貢献といえよう。

参考文献

[1] 鵜飼博史 (2006)「量的緩和政策の効果：実証研究のサーベイ」日本銀行ワーキングペーパーシリーズ No.06-J-14.

[2] 岡崎陽介・須藤直 (2018)「わが国の自然利子率　-DSGE モデルに基づく水準の計測と決定要因の識別-」日本銀行ワーキングペーパーシリーズ No.18-J-3.

[3] 加藤涼 (2007)『現代マクロ経済学講義-動学的一般均衡モデル入門』 東洋経済新報社.

[4] 齊藤誠・岩本康志・太田聰一・柴田章久 (2010) 『マクロ経済学 [新版]』 有斐閣.

[5] 齊藤雅士・福永一郎 (2008)『資産価格と金融政策：動学的一般均衡モデルによる分析と展望』日本銀行金融研究所 金融研究 2008.4

[6] 白川方明 (2008)『現代の金融政策-理論と実際』 日本経済新聞社.

[7] 廣瀬康生 (2012)『DSGE モデルによるマクロ実証分析の方法』 三菱経済研究所.

[8] 廣瀬康生 (2020)『デフレ均衡モデルを用いた自然利子率の推定』会計検査研究第 62 号.

[9] 渡辺努・渡辺広太 (2016)「デフレ期における価格の硬直化：原因と含意」日本銀行ワーキングペーパーシリーズ No.16-J-2.

[10] Calvo,G.A.(1983)"Stagged prices in a utility-maximizing framework." *Journal of Monetary Economic*,12,383-98.

[11] Christiano,Lawrence,M.Eichenbaum,and Charles L.Evans.(2005)"Nominal Rigidities and the Dynamic Effects of a Shock to Monetary Policy." *Journal of Political Economy*,113,1-45.

[12] Gertler,Mark.and Karadi,Peter.(2011)"A model of unconventional monetary policy." *Journal of Monetary Economics*,58(1),17-34.

[13] Han Chen,Vasco Curdia,Andrea Ferrero.(2011)"The Macroeconomic Effects of Large-Scale Asset Purchase Programs" *Federal Reserve Bank of New York Staff Reports*,No.527.

[14] Harrison,R.(2011)"Asset purchase policies and portfolio balance effects: A DSGE analysis."in *Interest rates,prices and liquidity*,ed.by J.Chadha and S.Holly,Cambridge University Press,chap.5.

[15] Harrison,R.(2012)"Asset purchase policy at the effective lower bound for interest rates." *Bank of England Working Paper*, No.444.

[16] Harrison,R.(2017)"Optimal quantitative easing." *Bank of England Working Paper*No.678.

[17] Joseph Gagnon,Matthew Raskin, Julie Remache and Brian Sack.(2010)"Large-Scale Asset Purchases by the Federal Reserve:Did They Work?" *Federal Reserve Bank of New York Staff Reports*,No.441.

[18] Sims,Christopher A.(2002)"Solving linear rational expectations models." *Computational Economics*,20(1-2),1-20.

[19] Smets,Frank. and Rafael Wouters. "Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach." *Journal of the European Economic Association*,97,586-606.

[20] Taylor,John B.(1993)"Discretion Versus Policy Rules in Practice." *Carnegie-Rochester Conference Series on Public Policy*,39,195-214.

[21] Woodford,M.(2001)"Fiscal Requirements for Price Stability." *Journal of Money,Credit and Banking*,669-728.

(データ出典)

[22] 日本銀行「需給ギャップと潜在成長率」`https://www.boj.or.jp/research/research_data/gap/index.htm/`　(2021/01/06 データ取得)

補論：対数線形近似

理論モデルの式体系の対数線形化を行い、モデル全体の方程式体系を示す。

オイラー方程式：

$$x_t = E_t x_{t+1} - \sigma(i_t - E_t \pi_{t+1} - \gamma q_t + \xi q_{t-1} + \beta \xi E_t q_{t+1} - r_t^*)$$

ニューケイジアンフィリップスカーブ：

$$\pi_t = \beta E_t \pi_{t+1} + \kappa x_t + u_t$$

金融政策ルール：

$$R_t^n = \phi^r log R_{t-1}^n + (1 - \phi^r) \left\{ \phi_\pi^r \left(\frac{1}{4} \sum_{j=0}^{3} \pi_{t-j} \right) + \phi_x^r x_t \right\} + z_t^r$$

QE：

$$q_t = \rho q_{t-1} + \epsilon_t^q$$