

# 限定合理性を導入した構造モデルによる実証分析 —Behavioral Medium-Scale New Keynesian Model—\*

慶應義塾大学 経済学部

廣瀬康生研究会 9 期

小寺勇輝<sup>†</sup>

2023 年 1 月 30 日

## 概要

経済学は様々な仮定を置き、その上に理論を構築することにより現実の事象を説明しようと試みる。合理的期待形成はその最たる例の一つだ。本稿は、この仮定を緩めることで現実の事象をより詳しく説明できるかを検証することを目的としている。具体的には、限定合理性 (Bounded Rationality) を導入した中規模型動学的確率的一般均衡モデル (DSGE モデル : Dynamic Stochastic General Equilibrium Model) の構築、推定である。限定合理性として本稿では、Gabaix (2020) にて考案された “*Cognitive discounting*” を廣瀬 (2012) のモデルへ導入した。また、推定するにあたり、日本、米国の二か国の長期時系列マクロ経済データを用いている。その後、マルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC : Markov Chain Monte Carlo) によるパラメータのベイズ推定および Geweke (1999) に基づく周辺尤度の推計をそれぞれ行った。その結果、限定合理性を導入することによりデータとの当てはまりが改善された。一因として、モデルとデータが示す時差相関の乖離が限定合理性を導入することで縮小したことによるものと考察される。また、頑健性テストとして限定合理性を示すパラメータをデータのみから説明されるように事前分布を設定した。その結果、日本の場合はモデルのデータに対する当てはまりが悪化したのに対して、米国の場合は改善した。しかし、パラメータが示す値が現実離れしていることから理論整合的な事前分布を課す必要があると考察される。

**Key words:** 限定合理性、Cognitive discounting、DSGE モデル、MCMC 法

**JEL-classification:** C11, D01, E12, E70

---

\* 本稿は、2022 年度卒業論文のために作成したものである。本稿の作成にあたっては、廣瀬康生教授（慶應義塾大学）と廣瀬康生研究会 10 期生（慶應義塾大学）の方々から有益かつ熱心なコメントを頂戴した。ここに記して感謝の意を表したい。しかしながら、本稿にあり得る誤り、主張の一切の責任はいうまでもなく筆者個人に帰するものである。

<sup>†</sup> 慶應義塾大学経済学部 4 年

# 目次

1	はじめに	1
2	Behavioral Medium-Scale New Keynesian Model	4
2.1	限定合理性の導入	4
2.2	家計	4
2.3	企業	7
2.4	中央銀行	9
2.5	トレンドの除去および定常状態	9
2.6	対数線形近似および均衡解の導出	10
2.7	構造ショック	11
3	ベイズ推定法	11
3.1	方法論	11
3.2	周辺尤度の推計	14
3.3	データ	15
3.4	事前分布	16
3.5	推定結果	16
4	限定合理性導入による変化	17
4.1	インパルス応答関数	17
4.2	観測変数間の時差相関	20
4.3	改善要因の考察	21
5	頑健性テスト	23
6	結びに代えて	24
	参考文献	25
	付録 A 表	28
	付録 B 図	46
	付録 C 対数線形近似	70

# 1 はじめに

経済理論分析を行う際、様々な仮定を置くことが求められる。特に、経済主体の将来に対する期待形成の仮定は非常に重要だ。この仮定で良く用いられるのが、『合理的期待形成 (RE: Rational Expectation)』である。合理的期待形成は、J.Muth (1961) が提唱した仮説であり、その数式的な扱いの良さからも多くの理論分析で利用されている。しかし、合理的期待形成とは『現在利用可能なすべての情報に基づく最適予測』であり、人間の意思決定プロセスを厳密には表現できていない。その為、より現実的に意思決定プロセスを描写できる概念を経済理論へ導入すべきではないだろうか。従って本稿は、合理的期待形成ではない概念を中規模型動学的確率的一般均衡モデル (DSGE モデル: Dynamic Stochastic General Equilibrium Model) へ導入することで現実の事象をより説明できるか検証することを目的としている。

合理的期待形成に対する内在的批判の発端として挙げられるのが Herbert A. Simon (1947) に登場する限定合理性 (BR: Bounded Rationality) である。限定合理性を導入することにより、経済主体が各々の効用を最大化ではなく、『満足化 (Satisficing)』するような行動をモデルの中で表現することができる<sup>\*1</sup>。しかし、Simon がこの概念を発表して以降、急速に合理的期待形成の見直しが進んだかと言えばそうではない。

その理由としては、二つ挙げられる。一点目は、Simon の関心の広さだ。Simon の研究の基軸は組織内における不確実性下における意思決定であり、この研究の成果からノーベル経済学賞も受賞している。しかし、同時に Simon は人工知能を用いた意思決定支援プロセスの開発にも着手するなど、経済学以外の分野でも活動を行っていたため限定合理性の概念を経済理論に導入するという議論は深まらなかった。二点目は、当時の時代背景である。Simon が限定合理性の概念を発表した 1947 年以降、世界は冷戦に突入する。それはマルクス経済学とミクロ経済学、そしてマクロ経済学の三者対立構造という形で経済学にも影響を与えた。これにより、各々の優れている部分を互いに主張することに注力することから、内在的批判は十分に発生せず、発生したとしても直ちに火消されていたであろう。以上の二点から、限定合理性は素早く経済理論に受容されなかった。それでも時代が進むにつれ、社会環境が変化し徐々に合理的期待形成の見直し、すなわち限定合理性を経済理論に導入することを試みる動きは増えている。

冷戦が終結し、マルクス経済学が下火になる中、マクロ経済理論は効用最大化理論などミクロ的基礎付けを導入するなど内在的批判を行い、改善を図ろうと試みている。また、行動経済学の台頭により、人間の意思決定プロセスについての議論が展開されてきた。この二点が合わさり近年、様々な方法で限定合理性の経済理論への導入が取り掛かられている。その形として、“*Subjective Expectation*<sup>\*2</sup>”, “*Learning*<sup>\*3</sup>”, “*Diagnostic Expectation*<sup>\*4</sup>”, “*Sparse Max*

---

\*1 Simon が提唱した限定合理性の詳細な解釈は若松 (2016) 第 7 章を参照されたい。

\*2 詳細は Kocięcki et al. (2022) を参照されたい。

\*3 詳細は Honkapohja et al. (2012) や Meggiorini and Milani (2021) を参照されたい。

\*4 詳細は Bordalo et al. (2017) や Bordalo et al. (2022) を参照されたい。

*Operator*<sup>\*5</sup>”、“*Cognitive discounting*”などが挙げられるが、本稿では合理的期待形成を見直すにあたり、“*Cognitive discounting*”を中規模型 DSGE モデルへ導入する。

“*Cognitive discounting*”とは『経済主体が将来を予測するときに、定常状態へ向かう経路を過小に評価する』状態を表している。この方法論を用いてニューケインジアンモデル (NK モデル: New Keynesian Model) へ限定合理性度を表すパラメータ (BR パラメータ) を導入したのが Gabaix (2020) だ。Gabaix (2020) ではこの *behavioral* なモデルで分析を行うことにより、Forward Guidance Puzzle<sup>\*6</sup>の解消やゼロ金利政策下における経済安定性の説明などが行えるというメリットを提示している。

では、実際の程度経済主体は将来の定常状態へ向かう経路を過小評価しているのだろうか。また、限定合理性を導入することで合理的期待形成を仮定している場合と比べてどのような変化が生じるのか。そして、その変化は現実の事象をより説明させる方向へ働いているのだろうか。こうした疑問から本稿では、限定合理性を“*Cognitive discounting*”という型で中規模型 DSGE モデルへ各経済主体の目的関数から導入し、構築、その後推定を米国、日本のデータを用いてそれぞれ行った。

本稿は中規模型 DSGE モデルを用いて分析を行っている。DSGE モデルで分析を行う大きなメリットとして、ディープパラメータを使用していることが挙げられる。これにより、モデルのパラメータは政策変更の影響を受けないものとなり、ルーカス批評にも対応しているモデルとなる。また現実のマクロ経済を説明するために様々な工夫がなされている中規模型のモデルで分析を行うことにより、パラメータの推定に対する意味合いを強めている。

限定合理性として“*Cognitive discounting*”を導入したモデルの分析に関しては Gabaix (2020) 以外にも、様々な先行研究が存在する。規範的分析としては、Benchimol and Bounader (2021) が最適金融政策を、Woodford and Xie (2020) が、最適財政移転政策を行っている。また、事実解明的分析として Andrade et al. (2019) や Ilabaca et al. (2020) は、NK モデルでの推定、Meggiorini (2021) では Smets and Wouter (2007) のモデルへ“*Cognitive discounting*”を導入、推定を行っている。また、Asfer et al. (2020) ではハイブリッド NK モデルへ導入、推定を、Hirose et al. (2022) では非線形 DSGE モデルへ導入、推定、そして Pfäuti and Servich (2022) では HANK(Heterogeneous Agent New Keynesian) モデルへ導入し、分析を行っている。

本稿と一番近い先行研究として Meggiorini (2021) が挙げられるが、大きく違う点が大きく三つある。一つ目は企業の BR パラメータを導入するタイミングである。Meggiorini (2021) では線形近似後に導入しているのに対し、本稿は Hirose et al. (2022) を参考に目的関数から導入している。二つ目は、推定に使用しているデータである。Meggiorini (2021) では米国のデータを使用しているのに対して、本稿では日本のデータを使用した分析も行っている。また、名目短期金利に関するデータとして本稿では Leo Krippner が公表している Shadow

---

\*5 詳細は Gabaix (2014) を参照されたい。

\*6 Forward Guidance とは、金融政策の一種であり、将来の金利等について予め約束事を決めることにより金融市場、金融環境に影響を与える手法だ。この政策を DSGE モデルで分析を行う際、モデル内の政策に対する反応が過剰になってしまうことが Forward Guidance Puzzle である。詳細は Del Negro et al. (2015) を参照されたい。

Short Rate<sup>\*7</sup>を使用している。これも、Megginorini (2021) で行われてる推定と違う点だ。三つ目として、家計、企業の片方のみ限定合理性を仮定したケースも推定している。このことにより、それぞれの BR パラメータがどのように貢献しているかが考察可能になる。

分析結果としては、米国、日本ともに家計は四半期後の経済を 15%、企業は 25% ほど割り引いて評価することが分かった。また、ベイズ推定されたモデルを評価する指標の一つである周辺尤度を Geweke (1999) の方法で推計した結果、モデルに対するデータの当てはまりについては米国では家計、企業ともに限定合理性を導入したモデルが一番優れていたのに対して、日本では企業のみ限定合理性を導入したモデルが一番優れていた。ただし、合理的期待形成との比較では日本も家計、企業ともに限定合理性を導入したモデルのほうがデータとの当てはまりは良い。データとの当てはまりが合理的期待形成と比べて改善した一因として、限定合理性を導入したことにより、インパルス応答関数が変化することから、モデルが示す観測変数間の時差相関がデータが示す時差相関に近づくよう貢献していることが挙げられる。また、米国のケースでは家計、企業それぞれの限定合理性が貢献しているのに対して、日本のケースでは家計の限定合理性が逆にデータとの時差相関と乖離が生じるように働いていることが確認された。このことから、両国のデータとの当てはまりが一番優れているモデルの相違に関する要因が考察される。更に、頑健性テストとして限定合理性の事前分布を一様分布に設定し推定を行ったところ、企業の限定合理性度が現実離れた値が出力された。このことから、理論整合的な事前分布を科す必要があると考察される。

本稿の構成は以下のようになっている。第 2 節では、限定合理性として “*Cognitive discounting*” を導入したモデルの構築している。第 3 節でパラメータ推定を行い、第 4 節で限定合理性を導入したことによる変化について考察する。第 5 節では頑健性テストとして、限定合理性の事前分布を一様分布に変更し再度推定する。第 6 節は結論のまとめや今後の課題を述べている。

---

\*7 詳細は LJKmfa のホームページ (<https://www.ljkmfa.com/>) に公表されている “Shadow Short Rate documentation” を参照されたい。

## 2 Behavioral Medium-Scale New Keynesian Model

本稿は、調整コストや摩擦を考慮した中規模モデルである廣瀬 (2012) のモデルへ Gabaix (2020)、Hirose et al. (2022) を参考に限定合理性を導入した。廣瀬 (2012) は現実の経済を説明する工夫として、価格、賃金の硬直性、粘着性や消費の習慣形成、そして投資、資本の調整コストを考慮している。また、伝統的な経済学における経済主体は、家計、企業、政府の三主体であるが、本モデルの経済主体は、家計、企業、中央銀行で構成されている。以下では、まず初めに限定合理性の導入について説明を行った後、各経済主体の行動を説明する。

### 2.1 限定合理性の導入

本稿では、Gabaix (2020)、Hirose et al. (2022) を参考に限定合理性として “*Cognitive discounting*” を導入する。このとき、経済主体は  $k$  期先の予測を  $M^k$  割引いて評価することから、ある平均 0 の状態ベクトル  $X_t$  を用いて以下のように表現される。

$$\begin{aligned} E_t^{BRH} [X_{t+k}] &= M^k E_t [X_{t+k}] \\ E_t^{BRF} [X_{t+k}] &= (M^f)^k E_t [X_{t+k}] \end{aligned}$$

ここで、 $E_t^{BRH}$  と  $E_t^{BRF}$  はそれぞれ家計、企業の  $t$  期における限定合理性下の期待オペレータ、 $E_t$  は  $t$  期における合理的期待形成下の期待オペレータを示す。更に、Gabaix (2020)、Hirose et al. (2022) と同様に、企業の限定合理性度は  $M^f$  と置くことで、家計の限定合理性度との差別化を図る。ただし、 $M, M^f \in [0, 1]$  である。また、上式で  $M = 1, M^f = 1$  としたとき、経済主体は合理的期待形成と同様の予測を行う。

“*Cognitive discounting*” を導入するにあたり、二つ注意すべき箇所がある\*<sup>8</sup>。一つは、後に登場するオイラー方程式内のフィッシャー方程式は合理的期待形成として扱う点だ。モデルを解く過程で、フィッシャー方程式内にも BR パラメータが入ってしまうが、フィッシャー方程式はそれ自体が定義式であることから、この BR パラメータは外さなければならない。もう一つは、定常状態でも同様に合理的期待形成として扱うという点だ。“*Cognitive discounting*” の定義は、『経済主体が将来を予測するときに、定常状態へ向かう経路を過小に評価する』であることから、定常状態下の予測では合理的期待形成と同様の予測でなければならない。

以上のことに留意して、家計、企業の目的関数から “*Cognitive discounting*” を導入する。

### 2.2 家計

家計  $h \in [0, 1]$  は消費財  $C_t(h)$ 、投資財  $I_t(h)$ 、国債  $B_t(h)$  を購入し、それぞれの家計において差別化された労働  $l_t(h)$  を中間財企業に提供する。よって、家計の目的関数である効用関数

\*<sup>8</sup> 同様の説明が Gabaix (2020) にある。そちらも参照されたい。

は以下のようになる。

$$E_0^{BRH} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t e^{z_t^b} \left\{ \frac{(C_t(h) - \theta C_{t-1}(h))^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{Z_t^{1-\sigma} e^{z_t^l} l_t(h)^{1+\chi}}{1-\chi} \right\}$$

ここで、 $\beta \in (0, 1)$  は主観的割引率、 $\theta \in (0, 1)$  は消費者の習慣形成の量、 $\chi > 0$  は労働供給の弾力性の逆数、 $\zeta > 0$  は民間消費と政府消費の代替の弾力性を表現してる。 $\sigma > 0$  は異時点間代替の弾力性の逆数であり、相対的リスク回避度を表す。即ち、 $\sigma$  が大きいほどリスク回避的である。また、 $z_t^b$  と  $z_t^l$  はそれぞれ主観的割引率と労働供給に関する構造ショックである。更に、モデルが均斉成長制約を満たすために、労働の不効用に関する項に均斉成長を規定する技術基準である  $Z_t$  を乗じている。家計の予算制約式は次のように与えられる。

$$C_t(h) + \frac{I_t(h)}{P_t} = W_t(h)l_t(h) + R_t^k u_t(h) + R_t^k u_t(h)K_{t-1}(h) + R_{t-1}^n \frac{B_{t-1}^n(h)}{P_t} + T_t(h)$$

ここで、 $P_t$  は物価水準、 $W_t$  は実質賃金、 $R_t^n$  は名目粗利率、 $R_t^k$  は資本の実質レンタル料、 $u_t(h)$  は資本稼働率、 $K_{t-1}(h)$  は資本ストック、 $T_t(h)$  は政府による一括税や企業からの配当である。

予算制約に関するラグランジュ乗数を  $\Lambda_t$  として、ラグランジュ関数を設定すると同時に、期待オペレータを先に示した通り、合理的期待形成のものに変形すると次のようになる。

$$\begin{aligned} L &= E_0^{BRH} \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[ \begin{array}{l} e^{z_t^b} \left\{ \frac{(C_t(h) - \theta C_{t-1}(h))^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{Z_t^{1-\sigma} e^{z_t^l} l_t(h)^{1+\chi}}{1-\chi} \right\} \\ + \Lambda_t \left\{ \begin{array}{l} W_t(h)l_t(h) + R_t^k u_t(h)K_{t-1}(h) + R_{t-1}^n \frac{B_{t-1}^n(h)}{P_t} \\ + T_t(h) - C_t(h) - I_t(h) - \frac{B_t(h)}{P_t} \end{array} \right\} \end{array} \right] \\ &= E_0 \sum_{t=0}^{\infty} (\beta M)^t \left[ \begin{array}{l} e^{z_t^b} \left\{ \frac{(C_t(h) - \theta C_{t-1}(h))^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{Z_t^{1-\sigma} e^{z_t^l} l_t(h)^{1+\chi}}{1-\chi} \right\} \\ + \Lambda_t \left\{ \begin{array}{l} W_t(h)l_t(h) + R_t^k u_t(h)K_{t-1}(h) + R_{t-1}^n \frac{B_{t-1}^n(h)}{P_t} \\ + T_t(h) - C_t(h) - I_t(h) - \frac{B_t(h)}{P_t} \end{array} \right\} \end{array} \right] \end{aligned}$$

また、家計による投資は資本ストックに蓄積される。その式は以下のようになる。

$$K_t(h) = \{1 - \delta(u_t(h))\}K_{t-1}(h) + \left\{ 1 - S \left( \frac{I_t(h)}{I_{t-1}(h)} \frac{e^{z_t^i}}{z} \right) \right\} I_t(h)$$

ここでは、資本稼働率が高くなるにつれて、資本消耗率  $\delta$  は高くなることを仮定しており、関数  $\delta(\cdot)$  は  $\delta' > 0$ 、 $\delta'' > 0$ 、 $\delta(u) = \delta \in (0, 1)$ 、 $\mu = \delta'(u)/\delta''(u) > 0$  ( $u$  は定常状態における資本稼働率) という性質を持つ\*<sup>9</sup>。  $S(\cdot)$  は投資の変化に伴う調整コストを表し、 $S(x) = (x - 1)^2/2\zeta^i$  ( $\zeta^i$  はパラメータ) という 2 次の関数形を仮定する。また、 $z_t^i$  は投資の調整コストに対するショックである。このとき、 $\pi_t = P_t/P_{t-1}$ 、投資と資本ストックの式に関するラグランジュ乗数を  $\Lambda_t^k$  とすると 1 階の条件は次のようになる。

消費の習慣形成

$$\Lambda_t = e^{z_t^b} (C_t(h) - \theta C_{t-1}(h))^{-\sigma} - \beta \theta M \left[ E_t e^{z_{t+1}^b} (C_{t+1}(h) - \theta C_t(h))^{-\sigma} \right]$$

\*<sup>9</sup> 詳細は Sugo and Ueda (2008) を参照されたい。

オイラー方程式

$$\Lambda_t = \beta M \left[ E_t \Lambda_{t+1} \frac{R_t^n}{\pi_{t+1}} \right]$$

投資関数

$$1 = q_t \left\{ 1 - S \left( \frac{I_t}{I_{t-1}} \frac{e^{z_t^i}}{z} \right) - S' \left( \frac{I_t}{I_{t-1}} \frac{e^{z_t^i}}{z} \right) \frac{I_t}{I_{t-1}} \frac{e^{z_t^i}}{z} \right\} \\ + \beta M \left[ E_t q_{t+1} \frac{\Lambda_{t+1}}{\Lambda_t} S' \left( \frac{I_{t+1}}{I_t} \frac{e^{z_{t+1}^i}}{z} \right) \left( \frac{I_{t+1}}{I_t} \right)^2 \frac{e^{z_{t+1}^i}}{z} \right]$$

資本稼働率関数

$$R_t^k = q_t \delta'(u_t)$$

トービンの  $q$

$$q_t = \beta M E_t \frac{\Lambda_{t+1}}{\Lambda_t} [R_{t+1}^k u_{t+1} + q_{t+1} \{1 - \delta(u_t)\}]$$

ここで、 $q_t = \Lambda_t^k / \Lambda_t$  は、いわゆるトービンの  $q$  と呼ばれるものであり、(限界効用単位で測った) 資産の実質価格を表す。なお、完備保険市場の存在を仮定しており、全ての家計は同質とみなせるため、各家計のインデックス  $h$  は省略している。

次に労働サービス、実質賃金の最適選択を導出する。すべての家計は差別化された労働サービスを中間財企業に提供し、労働市場は独占的競争下にあると仮定する。まず中間財生産企業  $f (f \in [0, 1])$  は家計の労働供給量  $l_t(h)$ , ( $h \in [0, 1]$ ) に対して

$$l_t(f) = \left\{ \int_0^1 l_t(f, h)^{\frac{1}{1+\lambda_t^w}} dh \right\}^{1+\lambda_t^w}$$

で集約された労働サービス  $l_t$  を生産に用いる。 $\lambda_t^w$  は  $\theta_t^w$  を労働サービスの代替弾力性として  $\lambda_t^w = 1/(\theta_t^w - 1)$  で定義され、労働サービスの差別化の度合いを表すパラメータであり、賃金のマークアップ率に相当する。これを所与とした中間財企業の家計  $h$  の労働サービスに対する労働需要関数が次のように導出される。

$$l_t(h) = \left\{ \frac{W_t(h)}{W_t} \right\}^{-\frac{1+\lambda_t^w}{\lambda_t^w}} l_t$$

家計はこの労働需要関数を所与として、効用を最大化するよう賃金を選択する。ここで賃金

に Calvo 型の硬直性を導入する。すなわち、各期において  $1 - \xi_w \in [0, 1]$  の割合の家計は賃金を最適化でき、残りの  $\xi_w$  は、均斉成長率の定常値  $z$ 、一期前のインフレ率  $\pi_{t-1}$  および定常状態のインフレ率  $\pi$  の加重平均に従い以下のように名目賃金を決定すると仮定する。また、 $\gamma_w \in [0, 1]$  を一期前のインフレ率を参照するウェイトとする。

$$P_t W_t(h) = z \pi_{t-1}^{\gamma_w} \pi^{1-\gamma_w} P_{t-1} W_{t-1}(h)$$

このとき、1 階の条件は次のようになる。ただし、 $W_t^o$  は  $t$  期の最適化された賃金である。

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\beta \xi_w M)^j \left[ \begin{array}{l} \frac{1}{\lambda_{t+j}^w} \Lambda_{t+j} l_{t+j} \left[ \frac{z^j W_t^o}{W_{t+j}} \prod_{k=1}^j \left\{ \left( \frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_w} \frac{\pi}{\pi_{t+k}} \right\} \right]^{-\frac{1}{\lambda_{t+j}^w} - 1} \\ \times \left\{ z^j W_t^o \prod_{k=1}^j \left\{ \left( \frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_w} \frac{\pi}{\pi_{t+k}} \right\} - (1 + \lambda_{t+j}^w) \frac{e^{z_{t+j}^b} z_{t+j}^{1-\sigma} e^{z_{t+j}^l}}{\Lambda_{t+j}} \right\} \\ \times \left( l_{t+j} \left[ \frac{z^j W_t^o}{W_{t+j}} \prod_{k=1}^j \left\{ \left( \frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_w} \frac{\pi}{\pi_{t+k}} \right\} \right]^{-\frac{1}{\lambda_{t+j}^w} - 1} \right)^x \end{array} \right] = 0$$

## 2.3 企業

### 2.3.1 最終財企業

最終財製造企業は、完全競争下で、中間財  $Y_t(f)$ , ( $f \in [0, 1]$ ) から、次の式の前で最終財  $Y_t$  を生産する。

$$Y_t = \left( \int_0^1 Y_t(f)^{\frac{1}{1+\lambda_t^p}} df \right)^{1+\lambda_t^p}$$

ここで、 $\lambda_t^p$  は、 $\theta_t^p > 1$  をそれぞれ中間財の代替の弾力性として、 $1/(\theta_t^p - 1) > 0$  と定義される変数で、価格マークアップ率を表す。最終財企業は、最終財価格  $P_t$  と中間財  $f$  の価格  $P_t(f)$  を所与として利潤を最大化するよう中間財投入量  $Y_t(f)$  を決定する。1 階の条件は、

$$Y_t(f) = \left\{ \frac{P_t(f)}{P_t} \right\}^{-\frac{1+\lambda_t^p}{\lambda_t^p}} Y_t$$

となる。これは、最終財企業の各中間財に対する需要関数である。この式から、最終財価格  $P_t$  は、

$$P_t = \left\{ \int_1^0 P_t(f)^{-\frac{1}{\lambda_t^p}} df \right\}$$

と表現できる。最終財は消費されるか、投資されるか、それ以外に使用されるため、最終財の資源制約式は以下のようにあたえられる。

$$Y_t = C_t + I_t + g Z_t e^{z_t^g}$$

ここで、 $g Z_t e^{z_t^g}$  は政府購入や純輸出といった消費と投資以外の外生需要項目を表しており、 $g$  は項目のウェイトに関するパラメータ、 $Z_t$  は均斉成長を既定する技術水準、 $e^{z_t^g}$  は外生需要ショックである。

### 2.3.2 中間財企業

中間財企業  $f (f \in [0, 1])$  は、独占的競争の下、家計によって提供された労働サービス  $l_t(f)$  と稼働資本ストック  $u_t K_{t-1}(f)$  を用いて差別化された中間財  $Y_t(f)$  を生産する。中間財企業の生産関数は以下ようになる。

$$Y_t(f) = (Z_t l_t(f))^{1-\alpha} (u_t K_{t-1}(f))^\alpha - \Phi Z_t$$

ここで、 $-\Phi Z_t$  は  $\Phi$  を正のパラメータとして生産にかかる固定費用を表している。また、 $Z_t$  は次のような非定常な確率過程に従うとする。

$$\log Z_t = \log z + \log Z_{t-1} + z_t^z$$

$z_t^z$  は技術成長率へのショックを表す。

上記の生産技術の下、中間財企業は実質賃金  $W_t$  と資本の実質レンタル料  $R_t^k$  を所与として、生産費用を最小化するように労働サービス  $l_t(f)$  と稼働資本ストック  $u_t K_{t-1}(f)$  の投入量を決定する。労働サービス、稼働資本ストックの 1 階の条件により実質限界費用は以下ようになる。

$$mc_t = \left( \frac{W_t}{(1-\alpha)Z_t} \right)^{1-\alpha} \left( \frac{R_t^k}{\alpha} \right)^\alpha$$

ここで、実質限界費用は実質賃金と実質レンタル料で表されるため全ての中間財企業で同じになる。従って、インデックス  $f$  は省略される。

また、最終財企業の生産量は中間財企業が生産したものを集計するため、以下のように表される。

$$Y_t d_t = (Z_t l_t)^{1-\alpha} (u_t K_{t-1})^\alpha - \Phi Z_t$$

となる。ここで、 $d_t = \int_0^1 \{P_t(f)/P_t\}^{-\frac{1+\lambda_t^p}{\lambda_t^p}} Y_t df$  は中間財価格のぼらつきを表す。

また、中間財企業の価格決定に Calvo 型の価格硬直性が存在すると仮定する。すなわち、每期  $1 - \xi_p \in (0, 1)$  の割合の企業が価格を最適化するが、残りの  $\xi_p$  の割合の企業は最適化せず、以下のように一期前のインフレ率  $\pi_{t-1}$  と定常状態のインフレ率  $\pi$  の加重平均に従い価格を決定させる。この仮定の下で、企業  $f$  が  $t$  期に価格を最適化した後、 $t + j$  期まで最適化できなかった場合、 $\gamma_p \in [0, 1]$  は中間財企業が一期前のインフレ率を参照するウェイトとすると、

$$\begin{aligned} P_{t+j}(f) &= \pi_{t+j-1}^{\gamma_p} \pi^{1-\gamma_p} P_{t+j-1}(f) \\ &= P_t(f) \prod_{k=1}^j \left\{ \left( \frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_p} \pi \right\} \end{aligned}$$

となる。この時、企業の利潤最大化問題は以下ようになる。

$$\begin{aligned} \max_{P_t(f)} E_t^{BRF} \sum_{j=0}^{\infty} \xi_p^j \left( \beta^j \frac{\Lambda_{t+j}}{\Lambda_t} \right) & \left[ \frac{P_t(f)}{P_{t+j}} \prod_{k=1}^j \left\{ \left( \frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_p} \pi \right\} - mc_{t+j} \right] Y_{t+j}(f) \\ \text{s.t. } Y_{t+j}(f) &= \left[ \frac{P_t(f)}{P_{t+j}} \prod_{k=1}^j \left\{ \left( \frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_p} \pi \right\} \right]^{-\frac{\lambda_t^p}{1+\lambda_t^p}} Y_{t+j} \end{aligned}$$

ここで、 $\beta^j \Lambda_{t+j} / \Lambda_t$  は確率的割引因子である。制約式を目的関数に代入し、目的関数を

$$\begin{aligned} L &= E_t^{BRF} \sum_{j=0}^{\infty} \xi_p^j \left( \beta^j \frac{\Lambda_{t+j}}{\Lambda_t} \right) \left[ \begin{array}{l} \left[ \frac{P_t(f)}{P_{t+j}} \prod_{k=1}^j \left\{ \left( \frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_p} \pi \right\} - mc_{t+j} \right] \\ \times \left[ \frac{P_t(f)}{P_{t+j}} \prod_{k=1}^j \left\{ \left( \frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_p} \pi \right\} \right]^{-\frac{1+\lambda_{t+j}^p}{\lambda_{t+j}^p}} Y_{t+j} \end{array} \right] \\ &= E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\xi_p M^f)^j \left( \beta^j \frac{\Lambda_{t+j}}{\Lambda_t} \right) \left[ \begin{array}{l} \left[ \frac{P_t(f)}{P_t} \prod_{k=1}^j \left\{ \left( \frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_p} \frac{\pi}{\pi_{t+k}} \right\} \right]^{-\frac{1}{\lambda_{t+j}^p}} Y_{t+j} \\ - \left[ \frac{P_t(f)}{P_t} \prod_{k=1}^j \left\{ \left( \frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_p} \frac{\pi}{\pi_{t+k}} \right\} \right]^{-\frac{1+\lambda_{t+j}^p}{\lambda_{t+j}^p}} mc_{t+j} Y_{t+j} \end{array} \right] \end{aligned}$$

と設定する。1 階の条件  $\partial L / \partial P_t(f) = 0$  により最適化された価格  $P_t^o$  によって表すと、企業の目的関数の 1 階の条件は以下の通りである。

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} (\beta \xi_p M^f)^j \left[ \begin{array}{l} \frac{\Lambda_{t+j}}{\Lambda_t} \frac{1}{\lambda_{t+j}^p} \left[ p_t^o \prod_{k=1}^j \left\{ \left( \frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_p} \frac{\pi}{\pi_{t+k}} \right\} \right]^{-\frac{1+\lambda_{t+j}^p}{\lambda_{t+j}^p}} Y_{t+j} \\ \times \left[ p_t^o \prod_{k=1}^j \left\{ \left( \frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_p} \frac{\pi}{\pi_{t+k}} \right\} \right]^{-\frac{1+\lambda_{t+j}^p}{\lambda_{t+j}^p}} mc_{t+j} \end{array} \right] = 0$$

ここで、 $p_t^o = P_t^o / P_t$  である。

## 2.4 中央銀行

中央銀行は名目利子率を調整し、金融政策を行う。利子率の調整はテイラー型の金融政策ルールに従うものとし、インフレ率の前年比の目標インフレ率からの乖離と生産ギャップに応じて、利子率を調整する。また、金利スムージングも考慮すると、以下のような金融政策ルールとなる。

$$\log R_t^n = \phi_r \log R_{t-1}^n + (1 - \phi_r) \left\{ \log R^n + \phi_\pi \left( \frac{1}{4} \sum_{j=0}^3 \log \frac{\pi_{t-j}}{\pi} \right) + \phi_y \log \frac{Y_t}{Y_t^*} \right\} + z_t^r$$

ここで、 $\phi \in [0, 1)$  は金利スムージングの度合いを示すパラメータ、 $R_n$  は名目利子率の定常値、 $\phi_\pi, \phi_y \geq 0$  はそれぞれインフレ率と GDP ギャップに対する利子率の反応である。 $z^r$  は金融政策ショックであり、ルールに従った対応からの乖離を表す。また、潜在生産量  $Y_t^*$  は次のように定義される。

$$Y_t^* = (Z_t l)^{1-\alpha} (uk Z_{t-1})^\alpha - \Phi Z_t$$

ここで、 $l$  と  $k$  はトレンド除去後の労働サービスの定常値、資本ストックの定常値である。ここから、 $\log(Y_t / Y_t^*)$  は生産要素投入量が定常状態にある場合の生産量からの乖離で測った GDP ギャップと解釈できる。

## 2.5 トレンドの除去および定常状態

先述の通り、本モデルの生産技術の対数値  $\log Z_t$  は以下の非定常な確率過程に従っている。

$$\log Z_t = \log z + \log Z_{t-1} + z_t^z$$

こうした確率過程に従う生産技術は、確率的トレンドと呼ばれ、技術ショック  $z_t^z$  の影響がなくなる定常状態でも一定の変化率  $\log z$  で上昇し続ける。本モデルは、均斉成長制約を満たす、

即ち、すべての実体経済変数の成長率が技術進歩率の定常値  $\log z$  に収れんされるよう工夫されている。その為、理論に整合的な形で一定の変化率を含む長期と短期の両方を同時に分析することが可能だ。

しかしながら、このような非定常な確率的トレンドを含むモデルの定常状態を規定するためには、トレンドを持つ変数からトレンドを除去し、定常な変数のみでモデルを再度記述する必要がある。従って、以下のように非定常な変数を生産技術  $Z_t$  を用いて、定常な変数を再定義する。

$$y_t = \frac{Y_t}{Z_t}, c_t = \frac{C_t}{Z_t}, w_t = \frac{W_t}{Z_t}, i_t = \frac{I_t}{Z_t}, k_t = \frac{K_t}{Z_t}, \lambda_t = \Lambda_t Z_t^\sigma$$

ここから、前節までで導出した均衡条件式を再定義した定常な変数で記述する。その後、モデルの定常状態を導出する。

定常状態の導出はモデルを、全てのショック ( $z_t^x, x \in \{b, l, i, g, z, r\}$ ) を 0、また全変数が時間を通じて一定である静学モデルとして解けばよい。ただし、先述の通り、定常状態では合理的期待形成と同様な扱いをすることから、 $M = 1$ 、 $M^f = 1$  とする。なお、資本稼働率  $u_t$  の定常値は  $u = 1$  とする。

## 2.6 対数線形近似および均衡解の導出

本小節までで導出されたモデルは、非線形な連立方程式体系であることや、無限級数、無限乗積を含んでいることから、簡単に解くことができない。その為、線形近似を行う必要がある。即ち、先に求めた定常状態の周りで対数線形近似を行い、それにより導出された式を用いて本モデルを無限級数、無限乗積の含まない形に変形することを目指す。具体的には、内生変数を定常所帯からの乖離率  $\tilde{x}_t = \log x_t - \log x$  として再定義し、2.4 節に求めた非線形方程式を 2.5 節で求めた定常状態の回りで線形近似を行う。

対数線形近似後は、Sims (2002) に従い、線形化された本モデルを以下のように行列表示する。

$$\mathbf{\Gamma}_0 \mathbf{s}_t = \mathbf{\Gamma}_1 \mathbf{s}_{t-1} + \mathbf{\Psi}_0 \varepsilon_t + \mathbf{\Pi}_0 \eta_t$$

ここで、 $\mathbf{\Gamma}_0$ 、 $\mathbf{\Gamma}_1$ 、 $\mathbf{\Psi}_0$ 、 $\mathbf{\Pi}_0$  は構造パラメータにより表現される係数行列であり、 $\mathbf{s}_t$  は内生変数ベクトル、 $\varepsilon_t$  は外生ショックベクトルを表している。また、 $\eta_t$  は全ての  $t$  について  $E_t \eta_{t+1} = \mathbf{0}$  を満たす予測誤差ベクトルである。モデルの解が一意に決まる場合、上式は以下のように解ける\*10。

$$\mathbf{s}_t = \mathbf{\Phi}_1 \mathbf{s}_{t-1} + \mathbf{\Phi}_\varepsilon \varepsilon_t$$

このように導出された均衡解は合理的期待均衡解と呼ばれるが、本モデルは限定合理性を仮定している。しかし、目的関数の段階から導入、即ちその期待パラメータを合理的期待形成のものに変更、同時に BR パラメータを導入していることからこのような均衡解の導出でも問題なく *behavioral* なモデルを分析できる。

\*10 より詳細な導出過程や解の一意性については、Sims (2002) や Blanchard and Kahn(1980) を参照されたい。

## 2.7 構造ショック

節のむすびとして、本モデルに導入されている構造ショックを説明する。構造ショックとその意味については表 1 に纏めた。またこれらは全て、以下のような定常な 1 階の自己回帰に従うと仮定する。ここで、 $x \in \{b, z, w, g, i, p, r\}$  について、 $\rho_x \in [0, 1)$  は自己回帰係数を表し、 $\varepsilon_t^x \sim N(0, \sigma_x^2)$  とする。

$$z_t^x = \rho_x z_{t-1}^x + \varepsilon_t^x$$

## 3 バイズ推定法

本節では、バイズ推定法を用いて前節で構築した Behavioral Medium-Scale New Keynesian Model のパラメータをデータから推定する。まずはじめに、前節で導出した線形近似されたモデルを含む遷移方程式、そして観測方程式で構成される状態空間モデルを構築する。その後、カルマンフィルターを用いて尤度関数を求める。求めた尤度関数と事前分布から、事後分布を導出する。導出にあたり、本稿ではマルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC : Markov Chain Monte Carlo) の一つであるランダム・ウォーク・メトロポリス・ヘイスティングス・アルゴリズム (MH アルゴリズム : random walk Metropolis-Hastings algorithm) を用いてパラメータのサンプリングを行った。

このようにバイズ推定を使用する利点の一つとして、モデルの理論的整合性を維持しながらパラメータ推定を行える点が挙げられる。システム全体を一括で推計できることや、パラメータに事前分布を仮定できることで、経済学的な意味を持つパラメータをその意味のまま推定することが可能になる。以下、パラメータ推定に使用した方法論を詳しく述べ、そしてデータとの当てはまりを評価するのに用いた周辺尤度 (marginal likelihood) の推計方法を述べる。その後、実際に推定に使用したデータ、事前分布の説明を行い、推定結果である事後分布とインパルス応答関数を確認する。

### 3.1 方法論

#### 3.1.1 状態空間モデル

状態空間モデルとは、前節で導出した均衡解を含む遷移方程式 (transition equation) と、データとモデルを結ぶ観測方程式 (observation equation) の二つで構成されている。ここでは、はじめに観測方程式について説明した後、遷移方程式についての説明を行う。

先述の通り、観測方程式とはデータとモデルの諸変数を関連付けるための方程式である。本モデルでは、以下でも記述するがデータとして実質 GDP ( $Y_t$ ) 成長率、実質消費 ( $C_t$ ) 成長率、実質設備投資 ( $I_t$ ) 成長率、実質賃金 ( $W_t$ ) 成長率、労働時間 ( $l_t$ )、物価 ( $P_t$ ) 上昇率、名目短期金利 ( $R_t^n$ ) の 7 系列を用いている。まず、実質 GDP 成長率のデータとモデル変数  $\tilde{y}_t$  について述べる。

モデル変数  $\tilde{y}_t$  がトレンド除去された生産の、定常状態化からの乖離を表していることを考

慮すると以下のような式になる。

$$\begin{aligned}
100\Delta \log Y_t &= 100[(\log Y_t - \log Z_t) - (\log Y_{t-1} - \log Z_{t-1}) + \log Z_t - \log Z_{t-1}] \\
&= 100[\log y_t - \log y_{t-1} + \log z + z_t^z] \\
&= 100[(\log y_t - \log y) - (\log y_{t-1} - \log y) + \log z + z_t^z] \\
&= z^* + 100(\tilde{y}_t - \tilde{y}_{t-1} + z_t^z)
\end{aligned}$$

ただし、 $z^* = 100 \log z \approx 100(z - 1)$ 。

また、トレンドを持たないモデル変数、例えば  $\tilde{l}_t$ 、では以下の関係式が成立する。

$$100 \log l_t = l^* + 100\tilde{l}_t$$

ここで、 $l^*$  は定常状態における労働時間を表す。このように、トレンドを持つ変数 ( $Y_t, C_t, I_t, W_t$ ) と、トレンドを持たない変数 ( $l_t, P_t, R_t^n$ ) に注意して、観測方程式を以下のようまとめる。

$$\mathbf{y}_t = \begin{bmatrix} 100\Delta \log Y_t \\ 100\Delta \log C_t \\ 100\Delta \log I_t \\ 100\Delta \log W_t \\ 100 \log l_t \\ 100\Delta \log P_t \\ 100R_t^n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z^* \\ z^* \\ z^* \\ z^* \\ l^* \\ \pi^* \\ \pi^* + r^* \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 100(\tilde{y}_t - \tilde{y}_{t-1} + z_t^z) \\ 100(\tilde{c}_t - \tilde{c}_{t-1} + z_t^z) \\ 100(\tilde{i}_t - \tilde{i}_{t-1} + z_t^z) \\ 100(\tilde{w}_t - \tilde{w}_{t-1} + z_t^z) \\ 100\tilde{l}_t \\ 100\tilde{\pi}_t \\ 100\tilde{r}_t^n \end{bmatrix}$$

ただし、 $\pi^*, r^*$  はそれぞれ定常状態のインフレ率、実質利子率を表し、 $\pi^* = 100 \log \pi \approx 100(\pi - 1)$ 、 $r^* = 100 \log r \approx 100(R - 1)$  である。

また、

$$\hat{\mathbf{s}}_t = [\mathbf{s}_t, \tilde{y}_{t-1}, \tilde{c}_{t-1}, \tilde{i}_{t-1}, \tilde{w}_{t-1}]'$$

を定義すると次のように表現できる。

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{A}(\theta) + \mathbf{B}\hat{\mathbf{s}}_t$$

ここで、 $\mathbf{A}(\theta)$  はパラメータ  $\theta$  に依存する定数項ベクトル、 $\mathbf{B}$  はデータ変数と関連付けられるモデル変数を選択する行列を表している。また、先に導出した均衡解に、 $\tilde{y}_{t-1} = \tilde{y}_{t-1}$ 、 $\tilde{c}_{t-1} = \tilde{c}_{t-1}$ 、 $\tilde{i}_{t-1} = \tilde{i}_{t-1}$ 、 $\tilde{w}_{t-1} = \tilde{w}_{t-1}$  の4つの等式を加えた

$$\hat{\mathbf{s}}_t = \Phi_1(\theta)\hat{\mathbf{s}}_{t-1} + \Phi_\varepsilon(\theta)\varepsilon_t$$

が、遷移方程式である。ここで、 $\Phi_1(\theta)$ 、 $\Phi_\varepsilon(\theta)$  はパラメータ  $\theta$  に依存する係数行列である。以上が、状態空間モデルであり、これによってモデルが示唆する諸変数の動きとデータから観察されるマクロ経済変動が関連付けられる。

### 3.1.2 尤度の評価

次に、先に求めた状態空間モデルを用いてその尤度 (likelihood) を評価する。尤度関数の導出にあたり、本稿ではカルマン・フィルター (Kalman filter) を用いる。以下では、カルマン・

フィルターの説明を行う。

まず、モデルの内生変数ベクトル  $\hat{\mathbf{s}}_t$  と、その分散共分散行列  $\mathbf{P}_t$  の初期値をそれぞれ  $\hat{\mathbf{s}}_{1|0} = \mathbf{0}$ 、 $\mathbf{P}_{1|0}$  と設定する。この初期値のもと、観測方程式から得られる 1 期目の観測変数  $\mathbf{y}_1$  の予測誤差  $\nu_{1|0}$  は

$$\nu_{1|0} = \mathbf{y}_1 - \mathbf{A}(\theta) - \mathbf{B}\hat{\mathbf{s}}_{1|0}$$

となる。また、 $\mathbf{y}_1$  の条件付分散共分散行列  $\mathbf{F}_{1|0}$  は、

$$\mathbf{F}_{1|0} = \mathbf{B}\mathbf{P}_{1|0}\mathbf{B}'$$

と計算される。これら、 $\nu_{1|0}$ 、 $\mathbf{F}_{1|0}$  を用いると  $\hat{\mathbf{s}}_{1|1}$ 、 $\mathbf{P}_{1|1}$  は以下の方程式の通りに更新される。

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{s}}_{1|1} &= \hat{\mathbf{s}}_{1|0} + \mathbf{P}_{1|0}\mathbf{B}'\mathbf{F}_{1|0}^{-1}\nu_{1|0} \\ \mathbf{P}_{1|1} &= \mathbf{P}_{1|0} - \mathbf{P}_{1|0}\mathbf{B}'\mathbf{F}_{1|0}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{P}_{1|0}\end{aligned}$$

このとき、 $\hat{\mathbf{s}}_{1|1}$  と  $\mathbf{P}_{1|1}$  はそれぞれ  $\{\mathbf{y}_1\}$  を所与とした内生変数ベクトルの条件付期待値とその分散共分散行列である。そして、これらを基に 1 期先の予測を計算すると、

$$\begin{aligned}\hat{\mathbf{s}}_{2|1} &= \Phi_1(\theta)\hat{\mathbf{s}}_{1|1} \\ \mathbf{P}_{2|1} &= \Phi_1(\theta)\mathbf{P}_{1|1}\Phi_1'(\theta) + \Phi_1(\theta)\Sigma\Phi_1'(\theta)\end{aligned}$$

となる。ただし、 $\Sigma$  は  $\varepsilon_t$  の分散共分散行列を表す。ここから、先と同様に予測誤差と条件付分散共分散行列を観測方程式から計算し、内生変数ベクトルとその分散共分散行列を更新する。

この予測、更新のステップをサンプル期間内全ての  $t$  期について繰り返すことにより、 $\mathbf{Y}^{t-1} = \{\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2, \dots, \mathbf{y}_{t-1}\}$  を所与とした  $\mathbf{y}_t$  の条件付予測誤差  $\nu_{t|t-1}$  と条件付分散共分散行列  $\mathbf{F}_{t|t-1}$  が算出される。このとき、 $\varepsilon_t$  は正規分布に従うため、

$$\mathbf{y}_t | \mathbf{Y}^{t-1} \sim N(\mathbf{A}(\theta) + \mathbf{B}\hat{\mathbf{s}}_{t|t-1}, \mathbf{F}_{t|t-1})$$

となる。従って、確率密度関数は

$$f(\mathbf{y}_t | \mathbf{Y}^{t-1}) = 2\pi^{-n/2} |\mathbf{F}_{t|t-1}|^{-1/2} \exp\left(-\frac{1}{2} \nu_{t|t-1}' \mathbf{F}_{t|t-1}^{-1} \nu_{t|t-1}\right)$$

となり、ここから次のように対数尤度を評価することができる。

$$\begin{aligned}\log L(\theta | \mathbf{Y}) &= \sum_{t=1}^T \log f(\mathbf{y}_t | \mathbf{Y}^{t-1}) \\ &= -\frac{nT}{2} \log 2\pi - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \log |\mathbf{F}_{t|t-1}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T \nu_{t|t-1}' \mathbf{F}_{t|t-1}^{-1} \nu_{t|t-1}\end{aligned}$$

### 3.1.3 事後分布の導出

ここからは、導出された尤度関数と事前分布を用いてベイズ推定を行い、事後分布を導出する。事前分布の詳細な設定は後述する。事後分布はベイズの定理 (Bayes' Theorem) から以下のように表される。

$$\begin{aligned}f(\theta | \mathbf{Y}) &= \frac{L(\theta | \mathbf{Y})f(\theta)}{f(\mathbf{Y})} \\ &= \frac{L(\theta | \mathbf{Y})f(\theta)}{\int L(\theta | \mathbf{Y})f(\theta)d\theta}\end{aligned}$$

しかしながら、尤度関数  $L(\theta|\mathbf{Y})$  や事前分布  $f(\theta)$  は複雑な関数となっている他、分母の積分計算も非常に困難なため上記の計算をただ行うのはほぼ不可能である。その為、本稿ではマルコフ連鎖モンテカルロ法 (MCMC : Markov Chain Monte Carlo) の一つであるランダム・ウォーク・メトロポリス・ヘイスティングス・アルゴリズム (MH アルゴリズム : random walk Metropolis-Hastings algorithm) を用いてパラメータをサンプリングし、事後分布の導出を行う。以下では、MH アルゴリズムの手順を説明する。

1.  $L(\theta|\mathbf{Y})f(\theta)$  のモード  $\theta^*$  を求め、その  $\theta^*$  において、 $L(\theta|\mathbf{Y})f(\theta)$  のヘシアンの逆行列にマイナスを付けたものを計算する。

$$\Sigma^* = - \left[ \frac{\partial^2 L(\theta|\mathbf{Y})f(\theta)}{\partial\theta\partial\theta'} \Big|_{\theta=\theta^*} \right]^{-1}$$

2. 初期値を  $\theta^{(0)} = \theta^*$ 、 $s = 1$  として以下の計算を繰り返し実行する。
3.  $N(\theta^{(s-1)}, c^2\Sigma^*)$  からパラメータ・ベクトルの候補  $\vartheta$  をサンプリングする。
4.  $\theta^{(s-1)}$  と  $\vartheta$  を用いて以下を計算する。

$$r = \frac{L(\vartheta|\mathbf{Y})f(\vartheta)}{L(\theta^{(s-1)}|\mathbf{Y})f(\theta^{(s-1)})}$$

この時、 $\vartheta$  を確率  $\min(r, 1)$  で受容 ( $\theta^s = \vartheta$ ) し、確率  $\min(r, 1)$  で棄却 ( $\theta^s = \theta^{s-1}$ ) する。

5.  $s = s + 1$  とし 3. に戻る。サンプリング回数を  $n_s$  とすると、 $s = n_s$  となるまで繰り返す。

なお、 $c > 0$  はサンプリング時の分散を調整するスケール・パラメータである。また、受容確率  $r$  が 25% 程度に  $c$  を調整することで、サンプリングが効率的であることが知られている。以上により、生成された  $\{\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(n_s)}\}$  の分布は、 $n_s \rightarrow \infty$  とすると、真の確率分布  $L(\theta|\mathbf{Y})f(\theta)$  に収束することが知られている。その為、 $n_s$  を十分に大きな数として、 $\{\theta^{(1)}, \theta^{(2)}, \dots, \theta^{(n_s)}\}$  が事後分布からサンプリングされたものと見做し、推定に用いる。

## 3.2 周辺尤度の推計

ここでは、モデルのデータに対する当てはまりを評価する指標の算出方法を説明する。本稿では、この評価を行うにあたり Geweke (1999) が提案した周辺尤度 (marginal likelihood) である修正調和平均値 (modified harmonic mean estimator) を使用した。推定されたモデルを

$\Upsilon$ 、実際のデータを  $\mathbf{Y}$  とすると、修正調和平均値  $\hat{p}(\mathbf{Y}|\Upsilon)$  は以下の式により算出される\*11。

$$\hat{p}(\mathbf{Y}|\Upsilon) = \left[ \frac{1}{n} \sum_{s=1}^{n_s} \frac{(2\pi)^{-\frac{n_s}{2}} |\Sigma_\theta|^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} (\theta^{(s)} - \hat{\theta})' \Sigma_\theta^{-1} (\theta^{(s)} - \hat{\theta})\right)}{L(\theta^{(s)}|\mathbf{Y}, \Upsilon) f(\theta^{(s)}|\Upsilon)} \right]^{-1}$$

ここで、 $\hat{\theta}$  と  $\Sigma_\theta$  はそれぞれ MH アルゴリズムで生成された  $n_s$  個のパラメータベクトルの平均値と分散共分散行列であり、次のように定義される。

$$\hat{\theta} = \frac{1}{n_s} \sum_{s=1}^{n_s} \theta^{(s)}$$

$$\Sigma_\theta = \frac{1}{n_s} \sum_{s=1}^{n_s} (\theta^{(s)} - \hat{\theta}) (\theta^{(s)} - \hat{\theta})'$$

### 3.3 データ

ここから、実際本稿で先の説明通りにベイズ推定を行うために作成したデータについて説明する。データは、実質 GDP 成長率、実質消費成長率、実質設備投資成長率、実質賃金成長率、労働時間、物価上昇率、名目短期金利の 7 系列を用いている。本稿では、米国と日本の二か国をそれぞれ推定したため、はじめに米国について説明した後、日本について説明する。

#### 3.3.1 米国

米国のデータに関しては、Smets and Wouters (2007) を参考に、期間を 1966 年第 2 四半期から 2019 年第 4 四半期と設定し、作成した。ただし、1995 年以降の名目短期金利のデータについては、Leo Krippner が公表している Shadow Short Rate を採用している。また、労働力人口に関するデータは突発的要因を除外するため、後方二年の移動平均を算出し、それを採用している。データの引用元については表 2、作成したデータは図 1 に纏めた。

#### 3.3.2 日本

日本のデータに関しては、Smets and Wouters (2007)、廣瀬 (2012) を参考に、期間を 1982 年第 1 四半期から 2019 年第 4 四半期と設定し、作成した。内閣府が発表している『国民経済計算』は現行 08SNA を算出方法に採用しているが、1994 年以降のデータのみ公表されている。その為、以前まで使用されていた 93SNA により算出されたデータの比率を基に 1994 年以前のデータを作成した。また、米国と同様に 1995 年以降の名目短期金利のデータについては、Leo Krippner が公表している Shadow Short Rate を採用している他、労働力人口に関するデータは突発的要因を除外するため、後方二年の移動平均を算出し、それを採用している。更に、季節調整されていないデータ (厚生労働省『毎月勤労統計調査』、総務省統計局『消費者物価指数』) は e-views を用いて季節調整を行っている。データの引用元については表 3、作成したデータは図 2 に纏めた。

\*11 より詳細な説明は Geweke (1999) を参照されたい。

### 3.4 事前分布

次に、事前分布の設定について説明する。両国とも、BR パラメータについては Hirose et al. (2022) を、残りのパラメータは Smets and Wouters (2007)、廣瀬 (2012) を参考に、事前分布を設定している。ただし、均斉成長率  $z^*$  や、労働時間の定常状態  $l^*$ 、物価上昇率の定常状態  $\pi^*$ 、実質利子率の定常状態  $r^*$  の平均は使用したデータから求めた。詳細は表 4、表 5 に纏めている。

また、いくつかのパラメータは固定して推定している。その詳細は表 6、表 7 に記載した。

### 3.5 推定結果

本稿では、限定合理性と合理的期待形成を仮定した 2 パターンの推定に加えて、家計、企業の片方のみ限定合理性を仮定したケース (PBR : Partly Bounded Rationality) も推定している。即ち、米国、日本でそれぞれ 4 つのケースで推定を行った。以下では、それぞれの推定結果である事後分布と周辺尤度を確認する。

#### 3.5.1 事後分布

事後分布の平均値、また 90% 信用区間の下限である 5% 点の値、上限である 95% 点の値について、BR、RE、PBR( $M^f = 1$ )、PBR( $M = 1$ ) のケース順で米国は、表 8、表 9、表 10、表 11 に記している。同様に日本も、同順番でそれぞれ表 12、表 13、表 14、表 15 に記している。

BR パラメータの事後分布の平均値をみると、米国、日本ともに  $M$  は 0.85 程度、 $M^f$  は 0.75 程度である。これは、毎期家計は約 15%、企業は約 25% 定常状態からの乖離を割り引いて評価していることを表す。先行研究である Hirose et al. (2022) と比較すると、 $M$  は同じような値で推定されているのに対して、 $M^f$  は若干小さな値が推定された。また、片方のみ限定合理性を導入したケースの BR パラメータの推定値は両者限定合理性を導入したケースの推定値とほぼ変わらない値が出力されている。図 3 や図 4 をみると、BR パラメータの事後分布は事前分布に近い形を示していることが確認できる。

他のパラメータも限定合理性を導入したことにより変化が生じているがその変化は両国間で違うものとなっている。例えば、米国の相対的リスク回避度  $\sigma$  は BR のほうが低い値であるのに対して、日本の相対的リスク回避度  $\sigma$  は BR のほうが高い値である。ここから、米国はよりリスク選好的な家計、日本はよりリスク回避的な家計が伺える。

#### 3.5.2 周辺尤度

先に示した修正調和平均値を周辺尤度として表 16 に纏めている。これを見ると、米国は BR が一番高い値を示しているのに対して、日本は企業のみ BR パラメータを導入した PBR( $M = 1$ ) が一番高い値を示している。しかしながら、両国とも RE が一番低い値を示していることから、限定合理性を導入することでモデルのデータに対する当てはまりが改善することが確認される。

## 4 限定合理性導入による変化

先の節では、ベイズ推定を行いその結果を確認した。しかし、何故限定合理性を導入することにより、モデルのデータに対する当てはまりが改善されたのだろうか。この考察を行う為にも、ここでは、限定合理性を導入することによりモデルが持つプロパティはどのように変化しているのかより具体的に観察する。まずはじめに、インパルス応答関数の比較を行う。その後、モデルとデータが示す観測変数間の時差相関を導出し、比較する。そして最後に、先の比較からデータに対する当てはまりが改善された要因を考察する。

### 4.1 インパルス応答関数

ここでは、BR パラメータがモデルのショックに対する反応をどう変化させているのかを確認し、考察を試みる。その為に、標準偏差 1 のショックをひとつずつ与え、インパルス応答関数を導出した。また、限定合理性を導入することによる変化に着目したいため、インパルス応答関数の算出に使用したモデルのパラメータは、家計、企業の限定合理性度以外全て BR のケースで推定されたものを使用している。また、家計、企業の限定合理性度については、RE は全て 1、PBR では一方を 1 にしてもう一方は BR で推定された値を使用している。以下、それぞれのショックについて述べる。

#### 4.1.1 選好ショック $\varepsilon^b$

インパルス応答関数の図に関して、米国については図 5 を、日本については図 12 を参照されたい。図を観察すると、家計の限定合理性を導入することにより、実質 GDP 成長率  $100\Delta \log Y_t$ 、実質消費成長率  $100\Delta \log C_t$ 、実質投資成長率  $100\Delta \log I_t$ 、労働時間  $100 \log l_t$  が顕著に上昇している。実質消費成長率  $100\Delta \log C_t$  については、家計が将来を合理的期待形成と比べて更に割り引いて予想するため、近い将来の方に重きを置くことからショックが加わった直後の影響が合理的期待形成と比べて大きくなると推察される。実質消費成長率  $100\Delta \log C_t$  が上昇することで最終財の資源制約を通じて、実質投資成長率  $100\Delta \log I_t$  が更に減少するより思えるが、実際には家計の限定合理性を導入することでその減少幅が小さくなる。それは、限定合理性を導入することで投資に対する外的影響が弱められ、ショックが起きる以前の過去の値により依存して当期の投資量を決定しているからだ。このことは、数式から伺える。対数線形近似された投資関数について、 $t$  期の投資  $\tilde{i}_t$  と  $t$  期に予測する  $t+1$  の投資  $E_t \tilde{i}_{t+1}$  に着目すると、

$$(1 + \beta M z^{1-\sigma}) \tilde{i}_t = \beta M z^{1-\sigma} E_t \tilde{i}_{t+1}$$

となる。ここで、 $\beta = z^\sigma / R$  であるから上記の式は、以下のように変形できる。

$$\begin{aligned} \left(1 + \frac{zM}{R}\right) \tilde{i}_t &= \frac{zM}{R} E_t \tilde{i}_{t+1} \\ \Leftrightarrow E_t \tilde{i}_{t+1} &= \frac{1}{1 + \frac{R}{zM}} \tilde{i}_t \end{aligned}$$

$\tilde{i}_t$  の係数は、 $M$  が小さくなるにつれ、小さくなる。その為、限定合理性を導入することで、 $t$  期の投資と  $t$  期に予想する  $t+1$  期の投資の相関は弱くなることが確認された。また、同様に対数線形近似された投資関数について、 $t$  期の投資  $\tilde{i}_t$  と 1 期前の投資  $\tilde{i}_{t-1}$  に着目すると、以下のようなになる。

$$(1 + \beta M z^{1-\sigma}) \tilde{i}_t = \tilde{i}_{t-1}$$

$$\Leftrightarrow \tilde{i}_t = \frac{1}{1 + \frac{zM}{R}} \tilde{i}_{t-1}$$

$\tilde{i}_{t-1}$  の係数は、 $M$  が小さくなるにつれ、大きくなる。すなわち、限定合理性を導入することで、 $t$  期の投資と 1 期前の投資の相関は強くなる。以上のことから、限定合理性を導入することで  $t$  期の投資は過去の値により依存され、間接的なショックの影響は弱められると考察される。その為、実質 GDP 成長率  $100\Delta \log Y_t$  も増加し、更に生産関数を通じて労働時間  $100 \log l_t$  も上昇する。以上の変化は米国、日本ともにみられる。

#### 4.1.2 技術ショック $\varepsilon^z$

インパルス応答関数の図に関して、米国については図 6 を、日本については図 13 を参照されたい。ここでの大きな変化は実質投資成長率  $100\Delta \log I_t$  が家計の限定合理性を導入することにより下降することである。これも、先ほどの選好ショック  $\varepsilon^b$  でも説明した通り、限定合理性を導入することで投資への外的要因は弱められるため実質投資成長率  $100\Delta \log I_t$  は減少した。技術向上に対しての将来への期待が限定合理性を仮定することで弱まるため、投資への意欲がそがれてしまった結果であると考察される。その為、実質 GDP 成長率  $100\Delta \log Y_t$  も減少し、更に生産関数を通じて労働時間  $100 \log l_t$  も減少する。しかし、日本のインパルス応答関数で同時に実質消費成長率  $100\Delta \log C_t$  も上昇しているため、実質 GDP 成長率  $100\Delta \log Y_t$  や、労働時間  $100 \log l_t$  は大きな変化を起こさない。これは、限定合理性を導入することで異時点間のリスクに対して回避的になった日本と、より異時点間のリスクに対して選好的になった米国の違いが表れていると推察される。

#### 4.1.3 投資の調整費用ショック $\varepsilon^i$

インパルス応答関数の図に関して、米国については図 7 を、日本については図 14 を参照されたい。ここでの大きな変化も実質投資成長率  $100\Delta \log I_t$  家計の限定合理性を導入することにより下降することである。投資の調整費用に対するショックが加わることにより、近い将来に重きを置く家計は投資のコストを合理的期待形成を仮定した場合より大きく評価することから、より投資を行わなくなる結果と考察される。この変化は、数式からも伺える。対数線形近似された投資関数は、

$$\tilde{q}_t = \frac{1}{\zeta} \{ \tilde{i}_t - \tilde{i}_{t-1} + z_t^z + z_t^i \} - \frac{\beta M z^{1-\sigma}}{\zeta} \{ E_t \tilde{i}_{t+1} - \tilde{i}_t + E_t z_{t+1}^z + E_t z_{t+1}^i \}$$

である。これを  $\beta = z^\sigma / R$  を用いて、 $\tilde{i}_t$  について解くと以下のようなになる。

$$\tilde{i}_t = \frac{1}{1 + \frac{zM}{R}} \left\{ \zeta \tilde{q}_t + \tilde{i}_{t-1} - z_t^z - z_t^i + \frac{zM}{R} (E_t \tilde{i}_{t+1} + E_t z_{t+1}^z + E_t z_{t+1}^i) \right\}$$

$1/(1+zM/R)$  は、 $M$  が小さくなるにつれ、大きくなる。その為、限定合理性を導入することで投資の調整費用ショックを過大評価することから、当期の投資が減少するメカニズムが確認された。そしてその結果、米国では実質 GDP 成長率  $100\Delta \log Y_t$  も減少し、更に生産関数を通じて労働時間  $100 \log l_t$  も減少する。しかし、日本のインパルス応答関数で同時に実質消費成長率  $100\Delta \log C_t$  も上昇しているため、実質 GDP 成長率  $100\Delta \log Y_t$  や、労働時間  $100 \log l_t$  は大きな変化を起こさない。これは、技術ショック  $\varepsilon^z$  の場合と同様に、限定合理性を導入することで異時点間のリスクに対して回避的になった日本と、より異時点間のリスクに対して選好的になった米国の違いが表れていると推察される。また、この変化は両国ともに観察される。

#### 4.1.4 外生需要ショック $\varepsilon^g$

インパルス応答関数の図に関して、米国については図 8 を、日本については図 15 を参照されたい。図を観察すると、実質投資成長率  $100\Delta \log I_t$  が家計の限定合理性を導入することで上昇していることが確認される。これは、先ほどの選好ショック  $\varepsilon^b$  でも説明した通り、限定合理性を導入することで投資への外的要因は弱められるため減少した。すなわち、限定合理性を持つ家計は外生需要ショックを合理的期待形成を仮定した場合と比べて過小に評価していることが伺える。その為、実質 GDP 成長率  $100\Delta \log Y_t$  も増加し、更に生産関数を通じて労働時間  $100 \log l_t$  も上昇する。以上の変化は両国で確認される。

#### 4.1.5 賃金ショック $\varepsilon^w$

インパルス応答関数の図に関して、米国については図 9 を、日本については図 16 を参照されたい。図を観察すると、限定合理性を導入しても大きな変化が両国とも見られないことが確認できる。

#### 4.1.6 価格マークアップショック $\varepsilon^p$

インパルス応答関数の図に関して、米国については図 10 を、日本については図 17 を参照されたい。図を観察すると、限定合理性を導入することですべての観測変数がショックに対する反応を弱めていることが確認される。これは、コロナ禍以前に議論が行われていた「フィリップスカーブのフラット化」が限定合理性を導入することで描写されたためと推察される。家計、企業それぞれの限定合理性は両者この変化に貢献しているが、より企業の限定合理性が貢献していることが図より観察できる。

#### 4.1.7 金融政策ショック $\varepsilon^r$

インパルス応答関数の図に関して、米国については図 11 を、日本については図 18 を参照されたい。図を観察すると、実質 GDP 成長率  $100\Delta \log Y_t$ 、実質投資成長率  $100\Delta \log I_t$ 、労働時間  $100 \log l_t$  が上昇方向へ、家計の限定合理性を導入することで動いていることが確認される。この場合も、先ほどの選好ショック  $\varepsilon^b$  でも説明した通り、限定合理性を導入することで投資への外的要因は弱められるため、実質投資成長率  $100\Delta \log I_t$  は上昇した。その為、実質 GDP 成長率  $100\Delta \log Y_t$  も上昇し、更に生産関数を通じて労働時間  $100 \log l_t$  も上昇する。ま

た、この変化は両国で観察される。

## 4.2 観測変数間の時差相関

次に、モデルとデータが示す観測変数間の時差相関を観察する。データが示す時差相関をより良く表現できるモデルは、データに対する当てはまりが良くなると考察できるからだ。その為、時差のラグ  $i$  を -5 から 5 の範囲で 7 つの観測変数 (実質 GDP 成長率  $100\Delta \log Y_t$ 、実質消費成長率  $100\Delta \log C_t$ 、実質投資成長率  $100\Delta \log I_t$ 、実質賃金成長率  $100\Delta \log W_t$ 、労働時間  $100 \log l_t$ 、物価上昇率  $100\Delta \log P_t$ 、名目短期金利  $100R_t^n$ ) 間の自己相関または相互相関を導出した。時差相関については、米国は図 19 から図 25、日本は図 26 から図 32 を参照されたい。また、データとモデルがそれぞれ示す時差相関の相違に着目するため、本稿ではデータの相関と四つのケース (BR, RE,  $PBR(M^f = 1)$ ,  $PBR(M = 1)$ ) のモデルが示す相関の間で二乗平均平方根誤差 (RMSE : Root Mean Squared Error) を以下の式に従って導出した。

$$RMSE_{X_t, Z_{t+i}}^{Md} = \sqrt{\frac{1}{11} \sum_{i=-5}^5 \left( r_{X_t, Z_{t+i}}^{Md} - r_{X_t, Z_{t+i}}^{Dt} \right)^2}$$

ここで、 $Md$  は四つのケースのモデルを、 $X_t$ 、 $Z_{t+i}$  はそれぞれ観測変数、ラグされた観測変数を表す。また、 $r_{X_t, Z_{t+i}}^{Md}$ 、 $r_{X_t, Z_{t+i}}^{Dt}$  はそれぞれモデルが示す  $X_t$  と  $Z_{t+i}$  の時差相関、データが示す  $X_t$  と  $Z_{t+i}$  の時差相関を表現している。更に、本稿では  $i$  を -5 から 5 の範囲で指定しているため、 $Z_{t+i}$  は 11 個の値が出力されることから、右辺の平方根の中で 11 を割り込んでいる。

以上のように導出された RMSE は米国は表 17、表 18 に、日本は表 19、表 20 に纏めている。また、RMSE は小さいほどデータが示す時差相関に近い為、四つのモデルの中で一番小さい値を示しているものを表の中では太文字で表示している。また、時差相関の図にも RMSE を表記した。以下、米国と日本についてそれぞれの時差相関と RMSE を確認する。

### 4.2.1 米国

米国について観察すると、家計、企業の限定合理性がそれぞれデータが示す時差相関に近づくよう貢献していることが確認される。例えば、図 23 にある労働時間  $100 \log l_t$  と名目短期金利  $100R_{t+i}^n$  の時差相関について観察すると、RMSE は BR、 $PBR(M^f = 1)$  が 0.03 であるのに対して BR は 0.16 とおよそ 0.13 の差が生じている。ここから、家計の限定合理性  $M$  を導入することでデータが示す時差相関に近づくことが確認される。また、図 19 にある実質 GDP 成長率  $100\Delta \log Y_t$  と実質投資成長率  $100\Delta \log I_{t+i}$  の時差相関について観察すると、RMSE は  $PBR(M = 1)$  が 0.10、BR が 0.11 であるのに対して、RE は 0.13、また、 $PBR(M^f = 1)$  は 0.14 となっている。ここから、企業の限定合理性  $M^f$  も貢献していることが確認され、それは家計の限定合理性  $M$  を導入することでデータが示す時差相関から乖離してしまう箇所を補っている。以上より、米国では家計、企業両者の限定合理性がデータが示す時差相関に近づくよう寄与していることから、両者モデルに含んでいる BR が結果的にデータとの当てはまり

が一番良いと考えられ、これは周辺尤度の比較から導かれた結果と整合的である。

#### 4.2.2 日本

しかし、日本では家計の限定合理性  $M$  を導入することでデータが示す時差相関と乖離してしまう事例がある。図 27 にある実質消費成長率  $100\Delta \log C_t$  と実質投資成長率  $100\Delta \log I_{t+i}$  の時差相関について観察すると、RMSE は  $\text{PBR}(M = 1)$  が 0.13 であるのに対して  $\text{PBR}(M^f = 1)$  は 0.20、BR は 0.21、RE は 0.26 である。ここから、限定合理性と合理的期待形成との比較では限定合理性を導入するほうがデータが示す時差相関に近づくよう貢献しているが、家計の限定合理性を導入することで、データが示す時差相関との乖離を生じさせてしまうことが確認された。また、図 31 にある物価上昇率  $100\Delta \log P_t$ 、名目短期金利  $100R_{t+i}^n$  の時差相関においても RMSE は、BR が 0.10、 $\text{PBR}(M = 1)$  が 0.11 であるのに対して、 $\text{PBR}(M^f = 1)$  は 0.15、RE は 0.39 となっている。これも、企業の限定合理性  $M^f$  は大きく寄与しているのに対して家計の限定合理性  $M$  は乖離を生じさせる方向へ働いている。以上より、企業の限定合理性  $M^f$  のみを導入したケースがデータが示す時差相関に近づくこと考察でき、それは周辺尤度の比較から導かれた結論と整合的である。

### 4.3 改善要因の考察

では、何故限定合理性を導入することで、データが示す時差相関に近づき、モデルのデータに対する当てはまりが改善されるのだろうか。要因の一つとして、インパルス応答関数がデータが示す時差相関に近づくよう変化していることが考察される。その為、以下では両国それぞれインパルス応答関数の変化を例として挙げた箇所の時差相関に着目して観察する。

#### 4.3.1 米国

まず、図 23 にある労働時間  $100 \log l_t$  と名目短期金利  $100R_{t+i}^n$  の時差相関について観察すると、限定合理性を導入することで、モデルが示す時差相関が改善することから、データが示す時差相関に近づいている。では、なぜモデルが示す時差相関が改善されたのだろうか。標準偏差 1 の価格マークアップショック  $\varepsilon^p$  を与えたインパルス応答関数である図 10 を見ると、企業の限定合理性  $M^f$  を導入することで両者の定常状態へ向かう経路が近づき、類似性が増していることが確認できる。また、標準偏差 1 の金融政策ショック  $\varepsilon^r$  を与えたインパルス応答関数である図 11 を見ると、 $M$  を導入することで労働時間  $100 \log l_t$  が上昇することから、名目短期金利  $100R_{t+i}^n$  との乖離は縮小し、時差相関が改善される。またここから、モデルのデータに対する当てはまりが改善されたと考察される。

次に、図 19 にある実質 GDP 成長率  $100\Delta \log Y_t$  と実質投資成長率  $100\Delta \log I_{t+i}$  の時差相関について観察する。先と同じように、時差相関が限定合理性を導入することで改善することから、データが示す時差相関に近づいている。これは、標準偏差 1 の選好ショック  $\varepsilon^b$  を与えたインパルス応答関数である図 10 や、同様に技術ショック  $\varepsilon^z$  を与えた図 6、外生需要ショック  $\varepsilon^g$  を与えた図 8、価格マークアップショック  $\varepsilon^p$  を与えた図 10、金融政策ショック  $\varepsilon^r$  を与え

た図 11 を見ると、家計の限定合理性  $M$  を導入することで、実質投資成長率が実質 GDP 成長率に近づくよう変化していることが確認される。その為、時差相関は改善され、モデルのデータに対する当てはまりが改善されたと考察される。このように、米国では家計、企業の限定合理性ともに時差相関がデータのそれに近づくよう改善されるほうへ寄与していることが、インパルス応答関数を通じて確認された。

#### 4.3.2 日本

図 27 にある実質消費成長率  $100\Delta \log C_t$  と実質投資成長率  $100\Delta \log I_{t+i}$  の時差相関について観察すると、企業の限定合理性  $M^f$  を導入することで、データが示す時差相関に近づくよう改善している。標準偏差 1 の価格マークアップショック  $\varepsilon^p$  を与えたインパルス応答関数である図 17 を見ると、家計、企業の限定合理性ともに、実質消費成長率  $100\Delta \log C_t$  と実質投資成長率  $100\Delta \log I_{t+i}$  の値が近づき、時差相関を改善させるよう寄与しているが、同様に選好ショック  $\varepsilon^b$  を与えた図 12、技術ショック  $\varepsilon^z$  を与えた図 13、外生需要ショック  $\varepsilon^g$  を与えた図 15、投資の調整費用ショック  $\varepsilon^i$  を与えた図 14 では、家計の限定合理性  $M$  を導入することで、逆に実質消費成長率  $100\Delta \log C_t$  と実質投資成長率  $100\Delta \log I_{t+i}$  の乖離が生じていることが確認できる。

次に、図 31 にある物価上昇率  $100\Delta \log P_t$ 、名目短期金利  $100R_{t+i}^n$  の時差相関を見ると、限定合理性を導入することで、モデルが示す時差相関が悪化することから、データが示す時差相関に近づいている。これは、標準偏差 1 の技術ショック  $\varepsilon^z$  を与えたインパルス応答関数を示す図 13 を観察すると、企業の限定合理性  $M^f$  を導入することで、物価上昇率  $100\Delta \log P_t$  が名目短期金利  $100R_{t+i}^n$  から離れるよう押し下げられていることが確認される。従って、企業の限定合理性  $M^f$  はデータが示す時差相関に近づくよう貢献しているのに対して、家計の限定合理性  $M$  を導入することで、時差相関は悪化し、データが示す時差相関と離れてしまうようにインパルス応答関数も変化していることが見られた。

## 5 頑健性テスト

前節まで、限定合理性を導入し、推定することでどのような変化が生じるのか、その要因も含めて述べてきた。しかし、推定された限定合理性度はデータと事前分布の二つから影響を受けて出力されている。では、データのみから限定合理性を説明させようとした場合推定時にどのような変化が生じるのか。本節では、本稿の頑健性テスト (RC : Robustness Check) として限定合理性を推定する際の事前分布を一様分布に変更し推定を行う。以下、両国それぞれの推定結果について述べる。

### 5.0.1 米国

図 33 と表 21 にて RC の事後分布と事後分布の平均値、90% 信用区間の下限 5% 点、上限 95% 点の値を纏めている。また周辺尤度についても表 23 を参照されたい。推定結果を確認すると、RC が BR と比べて高い周辺尤度を示している。また、RC 下で推定された家計の限定合理性  $M$  の事後分布を見ると、BR に近い形で出力されている。しかしながら、RC 下で推定された企業の限定合理性  $M^f$  の事後分布は BR のものと大きくかけ離れており、また、RC 下で推定された事後平均が 0.1988 となっている。これは、企業が每期約 80% 追加的に割り引いて評価を行うことを示し、現実離れしていると解釈できる。また、周辺尤度の差は 1 程であることから、事前分布を適切に設定する必要があると考察される。

### 5.0.2 日本

図 34 と表 22 にて RC の事後分布と事後分布の平均値、90% 信用区間の下限 5% 点、上限 95% 点の値を纏めている。また周辺尤度についても表 23 を参照されたい。推定結果を確認すると、周辺尤度は BR が RC に比べて高い値を示し、RC 下で推定された家計の限定合理性  $M$  の事後平均についても BR より若干大きな値ではあるが、事後分布は似たような形状となっている。また、RC 下で推定された家計の限定合理性  $M^f$  の事後分布はややフラットな形状で出力されており、適切な推定値であるとは言い難い。周辺尤度は BR が優れていることから、やはり事前分布を適切に設定する必要があると考察される。

## 6 結びに代えて

本稿では、中規模型 DSGE モデルへ限定合理性を導入することで、どのような変化が生じ、データに対する当てはまりが改善されるかどうか、改善されるとすればどのような要因が考えられるか、という疑問の下、Behavioral Medium-Scale New Keynesian Model の導出、推定を行い、その結果から考察を試みた。結果として、限定合理性を導入することでデータに対する当てはまりが改善しているが、それはモデルが示す時差相関はデータが示す時差相関に近づくようインパルス応答関数が変化したことが要因の一つとして考察された。また、米国では家計、企業の限定合理性ともにデータに対する当てはまりが改善させるよう寄与しているのに対して、日本では企業の限定合理性は同じく当てはまりを改善させるよう寄与しているが、家計の限定合理性はデータに対する当てはまりを悪化させるよう寄与していることが確認された。更に、頑健性テストを通じて適切な事前分布を限定合理性に対して設定する必要があると考察された。

一方で、残された課題もある。例えば、限定合理性度の時代的変動だ。バブル期前後や、リーマンショック前後で限定合理性度が変化していることが推察される。その為、推定期間を変えることで限定合理性度がどの程度変化したのか確認する必要がある。しかし、本稿は中規模型 DSGE モデルへ限定合理性を先行研究とは違う方法で導入したこと、また日本のデータでも推定を行ったこと、そしてモデルのデータに対する当てはまりが改善された要因について深掘りを行ったことは、新たな貢献といえよう。

## 参考文献

- [1] 清水和巳 (2022) 『経済学と合理性』 岩波書店.
- [2] 廣瀬康生 (2012) 『DSGE モデルによるマクロ実証分析の方法』 三菱経済研究所.
- [3] 若松良樹 (2016) 『自由放任主義の乗り越え方』 勁草書房.
- [4] Andrade, Joaquim, Pedro Cordeiro, and Guilherme Lambais. (2019) “Estimating a Behavioral New Keynesian Model.” *Papers*, 1912.07601, arXiv.org.
- [5] Asfer, Atahan, José Elías Gallegos, Richard Jamies, and Edgar Silgado Gómez. “Reconciling Emprics and Theory: The Behavioral Hybrid New Keynesian Model.” *Vniversitas Económica*, Vol.20, No.7.
- [6] Benchimol, Jonathan and Lahcen Bounader. (2021) “Optimal Monetary Polocy Under Bounded Rationality.” *Dynare Working Paper Series*, No.67.
- [7] Blanchard, Oliver J., and Charles M. Kahn. (1980) “The Solution of Linear Difference Models under Rational Expectations.” *Econometrica*, Vol.48 (5), 1305-1311.
- [8] Bordalo, Pedro, Nicola Gennaioli, and Andrei Shleifer. (2018) “Diagnostic Expectations and Credit Cycles.” *The Journal of Finance (New York)*, Vol.73 (1), 199 – 227.
- [9] Bordalo, Pedro, Nicola Gennaioli, and Andrei Shleifer. (2022) “Overreaction and Diagnostic Expectations in Macroeconomics.” *The Journal of Economic Perspectives*, Vol.36 (3), 223-244.
- [10] Del Negro, Marco, Marc Giannoni, and Chistina Patterson. (2015) “The Forward Guidance Puzzle.” *Federal Reserve Bank of New York Staff Report*, No.574. Gabaix, Xabier, David Laibson, Guillermo Moloche, and Stephen Weinberg. (2006) “Costly Information Acquisition: Experimental Analysis of a Boundedly Rational Model.” *American Economic Review*, Vol.96 (4), 1043-1068.
- [11] Gabaix, Xavier, and David Laibson. (2006) “Bounded Rationality and Directed Cognition.” *Working Paper*.
- [12] Gabaix, Xavier. (2014) “A Sparsity-Based Model of Bounded Rationality.” *Quarterly Journal of Economics*, Vol.129 (4), 1661-1710.
- [13] Gabaix, Xavier. (2020) “A Behavioral New Keynesian Model.” *American Economic Review*, Vol.110 (8), 2271-2327.
- [14] Gabaix, Xavier, and David Laibson. (2022) “Myopia and Discounting.” *Working Paper*.
- [15] Geweke, John F. (1999) “Using Simulation Methods for Bayesian Econometric Models: Inference, Development and Communication.” *Econometric Reviews*, Vol.18 (1), 1-73.
- [16] Hirose, Yasuo and Takushi Kurozumi. (2021) “Identifying News Shocks with Forecast Data.” *Macroeconomic Dynamics*, Vol.25 (6), 1442-1471.

- [17] Hirose, Yasuo, Hirokuni Iiboshi, Mototsugu Shintani, and Kozo Ueda. (2022) “Estimating a Behavioral New Keynesian Model with the Zero Lower Bound.” *CARF Working Paper*, CARF-F-535.
- [18] Honkapohja, Seppo, and Kaushik Mitra, George W. Evans. (2012) “Notes on Agents’ Behavioral Rules Under Adaptive Learning and Studies of Monetary Policy.” *Centre for Dynamic Macroeconomic Analysis Working Paper Series*, CDMA11/02.
- [19] Ilabaca, Francisco, Greta Meggiorini, and Fabio Milani. (2020) “Bounded rationality, monetary policy, and macroeconomic stability.” *Economics Letters*, Vol.186, issue C.
- [20] Kass, Robert E., and Adrian E. Raftery. (1995) “Bayes Factors” *Journal of the American Statistical Association*, Vol.90, No.430, 773-795.
- [21] Kocięcki, Andrzej, Tomasz Łyziak, and Ewa Stanisławska. (2022) “Subjective Expectations and Uncertainty.” *NBP Working Paper*, No.345.
- [22] Levin, Andrew T., Alexei Onatski, John C. Williams, and Noah Williams. (2005) “Monetary Policy Under Uncertainty in Micro-Founded Macroeconometric Models.” *NBER Working Paper*, No.11523.
- [23] L’Huillier, Jean-Paul, Sanjay R. Singh, and Donghoon Yoo. (2021) “Diagnostic Expectations and Macroeconomic Volatility.” *SSRN Electronic Journal*.
- [24] Meggiorini, Greta, and Fabio Milani. (2021) “Behavioral New Keynesian Models: Learning Vs. Cognitive Discounting.” *CESifo Working Paper*, No.9039.
- [25] Meggiorini, Greta. (2021) “Behavioral New Keynesian Models: An Empirical Assessment.” *SSRN Electronic Journal*.
- [26] Muth, John F. “Rational Expectations and the Theory of Price Movement.” *Econometrica*, Vol.29, No.3, 315-335.
- [27] Pfäuti, Oliver, and Fabian Seyrich. (2022) “A Behavioral Heterogeneous Agent New Keynesian Model.” *Discussion Papers of DIW Berlin 1995, DIW Berlin, German Institute for Economic Research*.
- [28] Selten, Reinhard. (1999) “What is Bounded Rationality?” *SFB Discussion Paper*, B-454.
- [29] Shiller, Robert J. (1978) “Rational Expectations And the Dynamic Structure of MAcroeconomic Models.” *Journal of Monetary Economics*, Vol.4, 1-44.
- [30] Simon, Herbert A. (1947) “Administrative Behavior: a Study of Decision-Making Processes in Administrative Organization (1st ed.)” *New York: Macmillan*.
- [31] Sims, Christopher A. (2002) “Solving Linear Rational Expectations Models.” *Computational Economics*, Vol.20 (1-2), 1-20.
- [32] Smets, Frank and Rafael Wouters. (2002) “An Estimanted Dynamic Stochastic General Equilibrium Model of the Euro Area.” *European Central Bank Working Paper Series*, No.171.
- [33] Smets, Frank and Rafael Wouters. (2007) “Shocks and Frictions in US Business Cycles:

A Bayesian DSGE Approach.” *Journal of the European Economic Association*, Vol.97, 586-606.

- [34] Sugo, Tomohiro, and Kozo Ueda (2008) “Estimating a DSGE Model for Japan.” *Journal of the Japanese and International Economies*, Vol.22, 476-502.
- [35] Woodford, Michael, and Yinxi Xie. (2020) “Fiscal and Monetary Stabilization Policy at the Zero Lower Bound: Consequences of Limited Foresight.” *Journal of Monetary Economics*, Vol.125, 18-35.

## (データ出典)

- [36] 厚生労働省 『毎月勤労統計調査』, 2022年8月.
- [37] 総務省統計局 『消費者物価指数』, 2022年8月.
- [38] 内閣府 『国民経済計算』, 2022年8月.
- [39] 日本銀行 『有担保コールレート』, 2022年8月.
- [40] 日本銀行 『無担保コールレート』, 2022年8月.
- [41] Board of Governors of the Federal Reserve System, Averages of Daily Figures - Percent, August, 2022.
- [42] LJKmfa, Monthly Average - Percent, August, 2022.
- [43] U.S. Department of Commerce, Bureau of Economic Analysis, Gross Domestic Product - Implicit Price Deflator - 2012=100, Seasonally Adjusted, August, 2022.
- [44] U.S. Department of Commerce, Bureau of Economic Analysis, Personal Consumption Expenditures - Billions of Dollars, Seasonally Adjusted at Annual Rate, August, 2022.
- [45] U.S. Department of Commerce, Bureau of Economic Analysis, Private Fixed Investment - Billions of dollars, Seasonally Adjusted at annual rate, August, 2022.
- [46] U.S. Department of Commerce, Bureau of Economic Analysis, Real Gross Domestic Product, Chained Dollars, [Billions of chained (2012) dollars] Seasonally adjusted at annual rates, August, 2022.
- [47] U.S. Department of Labor, Bureau of Labor Statistics, Average weekly hours worked - nonfarm business - 2012=100, seasonally adjusted, August, 2022.
- [48] U.S. Department of Labor, Bureau of Labor Statistics, Civilian Employment: Sixteen years and over, Thousands, Seasonally Adjusted (LNS12000000), August, 2022.
- [49] U.S. Department of Labor, Bureau of Labor Statistics), Labor force status - civilian noninstitutional population - 16 years and over, not seasonally adjusted, August, 2022.
- [50] U.S. Department of Labor, Bureau of Labor Statistics, Nonfarm Business Sector: Hourly Compensation for All Employed Persons- 2012=100, seasonally adjusted, August, 2022.

## 付録 A 表

表 1 構造ショックとその意味

構造ショック	意味
$z_t^b$	消費者の選好ショック
$z_t^z$	技術ショック
$z_t^v$	賃金ショック
$z_t^g$	外生需要ショック
$z_t^i$	投資の調整費用ショック
$z_t^p$	価格マークアップショック
$z_t^r$	金融政策ショック

表 2 米国データの引用元

系列名	引用元
実質 GDP 成長率	U.S. Department of Commerce, Bureau of Economic Analysis
実質消費成長率	U.S. Department of Commerce, Bureau of Economic Analysis
実質設備投資成長率	U.S. Department of Commerce, Bureau of Economic Analysis
実質賃金成長率	U.S. Department of Labor, Bureau of Labor Statistics
労働時間	U.S. Department of Labor, Bureau of Labor Statistics, U.S. Department of Commerce, Bureau of Economic Analysis
物価上昇率	U.S. Department of Commerce, Bureau of Economic Analysis
名目短期金利 (1995 年以前)	Board of Governors of the Federal Reserve System
名目短期金利 (1995 年以降)	LJKmfa

表 3 日本データの引用元

系列名	引用元
実質 GDP 成長率	内閣府『国民経済計算』
実質消費成長率	内閣府『国民経済計算』
実質設備投資成長率	内閣府『国民経済計算』
実質賃金成長率	厚生労働省『毎月勤労統計調査』
労働時間	厚生労働省『毎月勤労統計調査』
物価上昇率	総務省統計局『消費者物価指数』
名目短期金利 (1985 年第 3 四半期以前)	日本銀行『有担保コールレート』
名目短期金利 (1985 年第 3 四半期から 1994 年)	日本銀行『無担保コールレート』
名目短期金利 (1995 年以降)	LJKmfa

表4 事前分布 (米国)

パラメータ	意味	分布	平均	標準偏差
$\sigma$	相対的リスク回避度	Gamma	1.5000	0.3700
$\theta$	消費の習慣形成度	Beta	0.7000	0.1000
$\chi$	労働供給の弾力性	Gamma	2.0000	0.7500
$\zeta^{-1}$	投資の調整コスト	Gamma	4.0000	1.5000
$\mu$	稼働率の調整コスト	Gamma	1.0000	1.0000
$\phi$	生産の固定費用	Gamma	0.0750	0.0125
$\gamma_w$	賃金の慣性	Beta	0.5000	0.1500
$\xi_w$	賃金の硬直性	Beta	0.5000	0.1000
$\gamma_p$	価格の慣性	Beta	0.5000	0.1500
$\xi_p$	価格の硬直性	Beta	0.5000	0.1000
$\lambda_p$	賃金マークアップ率	Gamma	0.1500	0.0500
$z^*$	均斉成長率 (四半期換算)	Gamma	0.3440	0.0500
$l^*$	労働時間の定常状態 (四半期換算)	Normal	0.0000	0.0500
$\pi^*$	インフレ率の定常状態 (四半期換算)	Gamma	0.8530	0.0500
$r^*$	実質利子率の定常状態 (四半期換算)	Gamma	0.3800	0.0500
$\phi_r$	金利スムージング度	Beta	0.7500	0.1000
$\phi_\pi$	金利のインフレ率に対する反応度	Gamma	1.5000	0.2500
$\phi_y$	金利の GDP ギャップに対する反応度	Gamma	0.1250	0.0500
$\rho_z$	技術ショックの持続性	Beta	0.5000	0.2000
$\rho_b$	選好ショックの持続性	Beta	0.5000	0.2000
$\rho_i$	投資の調整費用ショックの持続性	Beta	0.5000	0.2000
$\rho_g$	外生需要ショックの持続性	Beta	0.5000	0.2000
$\rho_w$	賃金ショックの持続性	Beta	0.5000	0.2000
$\rho_p$	価格マークアップショックの持続性	Beta	0.5000	0.2000
$\rho_r$	金融政策ショックの持続性	Beta	0.5000	0.2000
$M$	家計の限定合理性度	Beta	0.8500	0.0500
$M^f$	企業の限定合理性度	Beta	0.8000	0.0500
$\sigma_z$	技術ショックの標準誤差	Invgamma	0.5000	2.0000
$\sigma_b$	選好ショックの標準誤差	Invgamma	0.5000	2.0000
$\sigma_i$	投資の調整費用ショックの標準誤差	Invgamma	0.5000	2.0000
$\sigma_g$	外生需要ショックの標準誤差	Invgamma	0.5000	2.0000
$\sigma_w$	賃金ショックの標準誤差	Invgamma	0.5000	2.0000
$\sigma_p$	価格マークアップショックの標準誤差	Invgamma	0.5000	2.0000
$\sigma_r$	金融政策ショックの標準誤差	Invgamma	0.5000	2.0000

表5 事前分布 (日本)

パラメータ	意味	分布	平均	標準偏差
$\sigma$	相対的リスク回避度	Gamma	1.0000	0.3750
$\theta$	消費の習慣形成度	Beta	0.7000	0.1500
$\chi$	労働供給の弾力性	Gamma	2.0000	0.7500
$\zeta^{-1}$	投資の調整コスト	Gamma	4.0000	1.5000
$\mu$	稼働率の調整コスト	Gamma	1.0000	1.0000
$\phi$	生産の固定費用	Gamma	0.0750	0.0125
$\gamma_w$	賃金の慣性	Beta	0.5000	0.2500
$\xi_w$	賃金の硬直性	Beta	0.3750	0.1000
$\gamma_p$	価格の慣性	Beta	0.5000	0.2500
$\xi_p$	価格の硬直性	Beta	0.3750	0.1000
$\lambda_p$	賃金マークアップ率	Gamma	0.1500	0.0500
$z^*$	均斉成長率 (四半期換算)	Gamma	0.1620	0.0500
$l^*$	労働時間の定常状態 (四半期換算)	Normal	0.0000	0.0500
$\pi^*$	インフレ率の定常状態 (四半期換算)	Gamma	0.1690	0.0500
$r^*$	実質利子率の定常状態 (四半期換算)	Gamma	0.0660	0.0500
$\phi_r$	金利スムージング度	Beta	0.8000	0.1000
$\phi_\pi$	金利のインフレ率に対する反応度	Gamma	1.7000	0.1000
$\phi_y$	金利の GDP ギャップに対する反応度	Gamma	0.1250	0.0500
$\rho_z$	技術ショックの持続性	Beta	0.5000	0.2000
$\rho_b$	選好ショックの持続性	Beta	0.5000	0.2000
$\rho_i$	投資の調整費用ショックの持続性	Beta	0.5000	0.2000
$\rho_g$	外生需要ショックの持続性	Beta	0.5000	0.2000
$\rho_w$	賃金ショックの持続性	Beta	0.5000	0.2000
$\rho_p$	価格マークアップショックの持続性	Beta	0.5000	0.2000
$\rho_r$	金融政策ショックの持続性	Beta	0.5000	0.2000
$M$	家計の限定合理性度合	Beta	0.8500	0.0500
$M^f$	企業の限定合理性度合	Beta	0.8000	0.0500
$\sigma_z$	技術ショックの標準誤差	Invgamma	0.5000	Inf
$\sigma_b$	選好ショックの標準誤差	Invgamma	0.5000	Inf
$\sigma_i$	投資の調整費用ショックの標準誤差	Invgamma	0.5000	Inf
$\sigma_g$	外生需要ショックの標準誤差	Invgamma	0.5000	Inf
$\sigma_w$	賃金ショックの標準誤差	Invgamma	0.5000	Inf
$\sigma_p$	価格マークアップショックの標準誤差	Invgamma	0.5000	Inf
$\sigma_r$	金融政策ショックの標準誤差	Invgamma	0.5000	Inf

表 6 固定パラメータ (米国)

パラメータ	意味	値	引用元
$\delta$	資本減耗率	0.0250	Smets and Wouters (2007)
$\alpha$	生産投入に占める資本の比率	0.3600	Levin et al. (2005)
$g/y$	外生需要項目ウェイトの対 GDP 比の定常値	0.1800	Smets and Wouters (2007)
$\lambda^w$	賃金マークアップ率	0.2000	Levin et al. (2005)

表 7 固定パラメータ (日本)

パラメータ	意味	値	引用元
$\delta$	資本減耗率	0.0150	Sugo and Ueda (2008)
$\alpha$	生産投入に占める資本の比率	0.3700	Sugo and Ueda (2008)
$g/y$	外生需要項目ウェイトの対 GDP 比の定常値	0.2500	データ
$\lambda^w$	賃金マークアップ率	0.2000	Sugo and Ueda (2008)

表8 事後分布 (米国、BR)

パラメータ	意味	平均	5%	95%
$\sigma$	相対的リスク回避度	1.1853	0.7568	1.5979
$\theta$	消費の習慣形成度	0.9440	0.9199	0.9689
$\chi$	労働供給の弾力性	4.9362	3.2154	6.6119
$\zeta^{-1}$	投資の調整コスト	8.1588	5.2514	11.1559
$\mu$	稼働率の調整コスト	1.1898	0.7222	1.6319
$\phi$	生産の固定費用	0.0733	0.0532	0.0926
$\gamma_w$	賃金の慣性	0.7950	0.6871	0.9140
$\xi_w$	賃金の硬直性	0.8332	0.7771	0.8902
$\gamma_p$	価格の慣性	0.1415	0.0446	0.2300
$\xi_p$	価格の硬直性	0.9239	0.9089	0.9386
$\lambda_p$	賃金マークアップ率	0.4225	0.2977	0.5475
$z^*$	均斉成長率 (四半期換算)	0.3120	0.2554	0.3686
$l^*$	労働時間の定常状態 (四半期換算)	-0.0012	-0.0850	0.0809
$\pi^*$	インフレ率の定常状態 (四半期換算)	0.8574	0.7795	0.9357
$r^*$	実質利子率の定常状態 (四半期換算)	0.4414	0.3590	0.5255
$\phi_r$	金利スミージング度	0.3449	0.1975	0.4926
$\phi_\pi$	金利のインフレ率に対する反応度	1.1032	0.9102	1.2975
$\phi_y$	金利の GDP ギャップに対する反応度	0.1586	0.1274	0.1877
$\rho_z$	技術ショックの持続性	0.0375	0.0052	0.0692
$\rho_b$	選好ショックの持続性	0.4196	0.3027	0.5345
$\rho_i$	投資の調整費用ショックの持続性	0.6387	0.5574	0.7186
$\rho_g$	外生需要ショックの持続性	0.9843	0.9762	0.9927
$\rho_w$	賃金ショックの持続性	0.0898	0.0165	0.1553
$\rho_p$	価格マークアップショックの持続性	0.6658	0.5710	0.7678
$\rho_r$	金融政策ショックの持続性	0.7120	0.5709	0.8499
$M$	家計の限定合理性度合	0.8658	0.8149	0.9195
$M^f$	企業の限定合理性度合	0.7533	0.6695	0.8396
$\sigma_z$	技術ショックの標準誤差	1.0725	0.9677	1.1685
$\sigma_b$	選好ショックの標準誤差	16.0713	7.1572	24.8813
$\sigma_i$	投資の調整費用ショックの標準誤差	2.1538	1.8448	2.4439
$\sigma_g$	外生需要ショックの標準誤差	2.5737	2.3475	2.7992
$\sigma_w$	賃金ショックの標準誤差	0.7103	0.6402	0.7774
$\sigma_p$	価格マークアップショックの標準誤差	0.1450	0.1176	0.1712
$\sigma_r$	金融政策ショックの標準誤差	0.2041	0.1854	0.2234

表9 事後分布 (米国、RE)

パラメータ	意味	平均	5%	95%
$\sigma$	相対的リスク回避度	1.4491	1.0239	1.8016
$\theta$	消費の習慣形成度	0.9148	0.8810	0.9504
$\chi$	労働供給の弾力性	2.6742	1.5228	3.7041
$\zeta^{-1}$	投資の調整コスト	9.3985	6.3273	13.5124
$\mu$	稼働率の調整コスト	0.5899	0.4232	0.7854
$\phi$	生産の固定費用	0.0714	0.0520	0.0904
$\gamma_w$	賃金の慣性	0.7676	0.6006	0.8884
$\xi_w$	賃金の硬直性	0.8826	0.8556	0.9311
$\gamma_p$	価格の慣性	0.7051	0.1442	0.7940
$\xi_p$	価格の硬直性	0.9485	0.9337	0.9529
$\lambda_p$	賃金マークアップ率	0.3741	0.2557	0.4994
$z^*$	均斉成長率 (四半期換算)	0.3038	0.2478	0.3604
$l^*$	労働時間の定常状態 (四半期換算)	0.0002	-0.0823	0.0832
$\pi^*$	インフレ率の定常状態 (四半期換算)	0.8526	0.7776	0.9369
$r^*$	実質利子率の定常状態 (四半期換算)	0.4425	0.3672	0.5276
$\phi_r$	金利スミージング度	0.4029	0.2370	0.5554
$\phi_\pi$	金利のインフレ率に対する反応度	1.0223	0.9363	1.1356
$\phi_y$	金利の GDP ギャップに対する反応度	0.1583	0.1287	0.1813
$\rho_z$	技術ショックの持続性	0.0414	0.0056	0.0723
$\rho_b$	選好ショックの持続性	0.4613	0.3310	0.5806
$\rho_i$	投資の調整費用ショックの持続性	0.6703	0.5973	0.7329
$\rho_g$	外生需要ショックの持続性	0.9907	0.9830	0.9947
$\rho_w$	賃金ショックの持続性	0.1528	0.0331	0.2274
$\rho_p$	価格マークアップショックの持続性	0.1050	0.0321	0.6507
$\rho_r$	金融政策ショックの持続性	0.6261	0.4791	0.7860
$M$	家計の限定合理性度合	—	—	—
$M^f$	企業の限定合理性度合	—	—	—
$\sigma_z$	技術ショックの標準誤差	1.0508	0.9586	1.1626
$\sigma_b$	選好ショックの標準誤差	18.4256	8.4121	27.3151
$\sigma_i$	投資の調整費用ショックの標準誤差	2.9693	2.3909	3.4128
$\sigma_g$	外生需要ショックの標準誤差	2.5821	2.3373	2.7960
$\sigma_w$	賃金ショックの標準誤差	0.6838	0.6078	0.7756
$\sigma_p$	価格マークアップショックの標準誤差	0.2457	0.0996	0.2689
$\sigma_r$	金融政策ショックの標準誤差	0.2063	0.1864	0.2241

表 10 事後分布 (米国、PBR[ $M^f = 1$ ])

パラメータ	意味	平均	5%	95%
$\sigma$	相対的リスク回避度	1.2843	0.8711	1.6791
$\theta$	消費の習慣形成度	0.9273	0.8962	0.9585
$\chi$	労働供給の弾力性	3.6903	2.3268	5.0255
$\zeta^{-1}$	投資の調整コスト	7.1438	4.3519	9.7608
$\mu$	稼働率の調整コスト	1.0717	0.6426	1.4868
$\phi$	生産の固定費用	0.0733	0.0536	0.0928
$\gamma_w$	賃金の慣性	0.7115	0.5762	0.8569
$\xi_w$	賃金の硬直性	0.8483	0.8027	0.8992
$\gamma_p$	価格の慣性	0.6038	0.2743	0.8168
$\xi_p$	価格の硬直性	0.9482	0.9422	0.9529
$\lambda_p$	賃金マークアップ率	0.3994	0.2776	0.5231
$z^*$	均斉成長率 (四半期換算)	0.3092	0.2493	0.3650
$l^*$	労働時間の定常状態 (四半期換算)	-0.0014	-0.0826	0.0833
$\pi^*$	インフレ率の定常状態 (四半期換算)	0.8535	0.7744	0.9323
$r^*$	実質利子率の定常状態 (四半期換算)	0.4353	0.3530	0.5182
$\phi_r$	金利スミージング度	0.3522	0.1937	0.5170
$\phi_\pi$	金利のインフレ率に対する反応度	1.0253	0.8276	1.2222
$\phi_y$	金利の GDP ギャップに対する反応度	0.1649	0.1332	0.1981
$\rho_z$	技術ショックの持続性	0.0435	0.0056	0.0785
$\rho_b$	選好ショックの持続性	0.4449	0.3230	0.5711
$\rho_i$	投資の調整費用ショックの持続性	0.6386	0.5605	0.7208
$\rho_g$	外生需要ショックの持続性	0.9906	0.9854	0.9958
$\rho_w$	賃金ショックの持続性	0.1424	0.0342	0.2414
$\rho_p$	価格マークアップショックの持続性	0.2101	0.0132	0.5249
$\rho_r$	金融政策ショックの持続性	0.7091	0.5530	0.8590
$M$	家計の限定合理性度合	0.8648	0.8128	0.9184
$M^f$	企業の限定合理性度合	—	—	—
$\sigma_z$	技術ショックの標準誤差	1.0381	0.9434	1.1347
$\sigma_b$	選好ショックの標準誤差	14.6626	6.8863	22.1369
$\sigma_i$	投資の調整費用ショックの標準誤差	2.1962	1.8666	2.5069
$\sigma_g$	外生需要ショックの標準誤差	2.5966	2.3690	2.8221
$\sigma_w$	賃金ショックの標準誤差	0.6977	0.6172	0.7756
$\sigma_p$	価格マークアップショックの標準誤差	0.2230	0.1315	0.2825
$\sigma_r$	金融政策ショックの標準誤差	0.2047	0.1842	0.2238

表 11 事後分布 (米国、PBR[ $M = 1$ ])

パラメータ	意味	平均	5%	95%
$\sigma$	相対的リスク回避度	1.4072	0.9787	1.8273
$\theta$	消費の習慣形成度	0.9364	0.9092	0.9649
$\chi$	労働供給の弾力性	3.7259	2.2637	5.1864
$\zeta^{-1}$	投資の調整コスト	10.6072	7.0734	14.0787
$\mu$	稼働率の調整コスト	0.6540	0.4474	0.8462
$\phi$	生産の固定費用	0.0708	0.0519	0.0897
$\gamma_w$	賃金の慣性	0.7656	0.6403	0.8958
$\xi_w$	賃金の硬直性	0.8809	0.8396	0.9258
$\gamma_p$	価格の慣性	0.1344	0.0441	0.2187
$\xi_p$	価格の硬直性	0.9196	0.9045	0.9355
$\lambda_p$	賃金マークアップ率	0.4000	0.2768	0.5215
$z^*$	均斉成長率 (四半期換算)	0.3074	0.2530	0.3621
$l^*$	労働時間の定常状態 (四半期換算)	0.0019	-0.0810	0.0820
$\pi^*$	インフレ率の定常状態 (四半期換算)	0.8575	0.7797	0.9346
$r^*$	実質利子率の定常状態 (四半期換算)	0.4444	0.3605	0.5235
$\phi_r$	金利スムージング度	0.3742	0.2254	0.5324
$\phi_\pi$	金利のインフレ率に対する反応度	1.0331	0.8690	1.1960
$\phi_y$	金利の GDP ギャップに対する反応度	0.1520	0.1238	0.1784
$\rho_z$	技術ショックの持続性	0.0335	0.0043	0.0610
$\rho_b$	選好ショックの持続性	0.4135	0.2975	0.5286
$\rho_i$	投資の調整費用ショックの持続性	0.6698	0.6074	0.7342
$\rho_g$	外生需要ショックの持続性	0.9842	0.9767	0.9925
$\rho_w$	賃金ショックの持続性	0.1019	0.0212	0.1752
$\rho_p$	価格マークアップショックの持続性	0.6839	0.5903	0.7802
$\rho_r$	金融政策ショックの持続性	0.6530	0.5102	0.8025
$M$	家計の限定合理性度合	—	—	—
$M^f$	企業の限定合理性度合	0.7501	0.6639	0.8379
$\sigma_z$	技術ショックの標準誤差	1.0952	0.9902	1.2007
$\sigma_b$	選好ショックの標準誤差	21.1243	9.0039	33.4690
$\sigma_i$	投資の調整費用ショックの標準誤差	2.9126	2.4198	3.3854
$\sigma_g$	外生需要ショックの標準誤差	2.5378	2.3150	2.7599
$\sigma_w$	賃金ショックの標準誤差	0.7028	0.6256	0.7808
$\sigma_p$	価格マークアップショックの標準誤差	0.1420	0.1149	0.1675
$\sigma_r$	金融政策ショックの標準誤差	0.2039	0.1846	0.2225

表 12 事後分布 (日本、BR)

パラメータ	意味	平均	5%	95%
$\sigma$	相対的リスク回避度	1.6579	1.4280	1.8740
$\theta$	消費の習慣形成度	0.4848	0.3926	0.5754
$\chi$	労働供給の弾力性	4.2186	2.4826	5.9682
$\zeta^{-1}$	投資の調整コスト	7.2213	4.1438	10.1935
$\mu$	稼働率の調整コスト	4.5320	2.2465	6.7123
$\phi$	生産の固定費用	0.0646	0.0472	0.0820
$\gamma_w$	賃金の慣性	0.1745	0.0037	0.3307
$\xi_w$	賃金の硬直性	0.6843	0.5570	0.8100
$\gamma_p$	価格の慣性	0.0310	0.0003	0.0639
$\xi_p$	価格の硬直性	0.8849	0.8574	0.9147
$\lambda_p$	賃金マークアップ率	0.6111	0.5140	0.7108
$z^*$	均斉成長率 (四半期換算)	0.1029	0.0526	0.1533
$l^*$	労働時間の定常状態 (四半期換算)	-0.0012	-0.0829	0.0817
$\pi^*$	インフレ率の定常状態 (四半期換算)	0.1748	0.0933	0.2569
$r^*$	実質利子率の定常状態 (四半期換算)	0.5283	0.3256	0.7350
$\phi_r$	金利スミージング度	0.8402	0.7945	0.8880
$\phi_\pi$	金利のインフレ率に対する反応度	1.5405	1.3783	1.6991
$\phi_y$	金利の GDP ギャップに対する反応度	0.1797	0.1180	0.2406
$\rho_z$	技術ショックの持続性	0.1187	0.0315	0.2037
$\rho_b$	選好ショックの持続性	0.9521	0.9209	0.9845
$\rho_i$	投資の調整費用ショックの持続性	0.5296	0.3371	0.6771
$\rho_g$	外生需要ショックの持続性	0.9896	0.9791	0.9993
$\rho_w$	賃金ショックの持続性	0.1136	0.0205	0.2010
$\rho_p$	価格マークアップショックの持続性	0.7561	0.6697	0.8437
$\rho_r$	金融政策ショックの持続性	0.3770	0.2495	0.5041
$M$	家計の限定合理性度合	0.8766	0.7605	0.9573
$M^f$	企業の限定合理性度合	0.7781	0.6998	0.8609
$\sigma_z$	技術ショックの標準誤差	1.5610	1.3995	1.7205
$\sigma_b$	選好ショックの標準誤差	8.6621	5.5224	11.7195
$\sigma_i$	投資の調整費用ショックの標準誤差	4.6472	3.5447	5.5718
$\sigma_g$	外生需要ショックの標準誤差	1.8741	1.6721	2.0696
$\sigma_w$	賃金ショックの標準誤差	0.6312	0.5556	0.7071
$\sigma_p$	価格マークアップショックの標準誤差	0.1842	0.1498	0.2178
$\sigma_r$	金融政策ショックの標準誤差	0.1150	0.1029	0.1269

表 13 事後分布 (日本、RE)

パラメータ	意味	平均	5%	95%
$\sigma$	相対的リスク回避度	0.9811	0.4344	1.5397
$\theta$	消費の習慣形成度	0.9604	0.9280	0.9899
$\chi$	労働供給の弾力性	3.5004	1.9634	4.9585
$\zeta^{-1}$	投資の調整コスト	7.4136	4.2711	10.5332
$\mu$	稼働率の調整コスト	2.3771	1.3391	3.3723
$\phi$	生産の固定費用	0.0660	0.0482	0.0840
$\gamma_w$	賃金の慣性	0.1789	0.0109	0.3281
$\xi_w$	賃金の硬直性	0.8910	0.8704	0.9146
$\gamma_p$	価格の慣性	0.0526	0.0002	0.1100
$\xi_p$	価格の硬直性	0.8556	0.8173	0.8961
$\lambda_p$	賃金マークアップ率	0.6224	0.5332	0.7107
$z^*$	均斉成長率 (四半期換算)	0.1237	0.0678	0.1762
$l^*$	労働時間の定常状態 (四半期換算)	-0.0012	-0.0860	0.0790
$\pi^*$	インフレ率の定常状態 (四半期換算)	0.1656	0.0934	0.2408
$r^*$	実質利子率の定常状態 (四半期換算)	0.3650	0.2070	0.5155
$\phi_r$	金利スミージング度	0.8908	0.8595	0.9230
$\phi_\pi$	金利のインフレ率に対する反応度	1.5085	1.3524	1.6602
$\phi_y$	金利の GDP ギャップに対する反応度	0.2790	0.1967	0.3589
$\rho_z$	技術ショックの持続性	0.1034	0.0286	0.1715
$\rho_b$	選好ショックの持続性	0.2846	0.1098	0.4679
$\rho_i$	投資の調整費用ショックの持続性	0.5791	0.5036	0.6553
$\rho_g$	外生需要ショックの持続性	0.9277	0.8841	0.9741
$\rho_w$	賃金ショックの持続性	0.2519	0.0717	0.4380
$\rho_p$	価格マークアップショックの持続性	0.8194	0.7590	0.8811
$\rho_r$	金融政策ショックの持続性	0.4136	0.2858	0.5453
$M$	家計の限定合理性度合	—	—	—
$M^f$	企業の限定合理性度合	—	—	—
$\sigma_z$	技術ショックの標準誤差	1.6638	1.4661	1.8539
$\sigma_b$	選好ショックの標準誤差	30.3541	8.7698	52.0605
$\sigma_i$	投資の調整費用ショックの標準誤差	6.0074	4.9250	7.0765
$\sigma_g$	外生需要ショックの標準誤差	1.8297	1.6194	2.0347
$\sigma_w$	賃金ショックの標準誤差	0.5449	0.4256	0.6573
$\sigma_p$	価格マークアップショックの標準誤差	0.1180	0.0945	0.1400
$\sigma_r$	金融政策ショックの標準誤差	0.1162	0.1040	0.1285

表 14 事後分布 (日本、 $PBR[M^f = 1]$ )

パラメータ	意味	平均	5%	95%
$\sigma$	相対的リスク回避度	1.7050	1.4978	1.9146
$\theta$	消費の習慣形成度	0.4954	0.3874	0.6050
$\chi$	労働供給の弾力性	5.2278	3.2877	7.1813
$\zeta^{-1}$	投資の調整コスト	7.1602	4.0841	10.1260
$\mu$	稼働率の調整コスト	4.5640	1.9491	7.4475
$\phi$	生産の固定費用	0.0644	0.0465	0.0816
$\gamma_w$	賃金の慣性	0.1321	0.0022	0.2590
$\xi_w$	賃金の硬直性	0.6069	0.4708	0.7428
$\gamma_p$	価格の慣性	0.0392	0.0002	0.0813
$\xi_p$	価格の硬直性	0.8891	0.8569	0.9147
$\lambda_p$	賃金マークアップ率	0.6008	0.4960	0.7108
$z^*$	均斉成長率 (四半期換算)	0.0949	0.0472	0.1404
$l^*$	労働時間の定常状態 (四半期換算)	0.0013	-0.0806	0.0844
$\pi^*$	インフレ率の定常状態 (四半期換算)	0.1668	0.0870	0.2424
$r^*$	実質利子率の定常状態 (四半期換算)	0.5413	0.3413	0.7409
$\phi_r$	金利スムーzing度	0.8242	0.7749	0.8753
$\phi_\pi$	金利のインフレ率に対する反応度	1.6033	1.4183	1.7831
$\phi_y$	金利の GDP ギャップに対する反応度	0.1507	0.0912	0.2073
$\rho_z$	技術ショックの持続性	0.1340	0.0389	0.2241
$\rho_b$	選好ショックの持続性	0.9207	0.8786	0.9640
$\rho_i$	投資の調整費用ショックの持続性	0.5528	0.3869	0.7030
$\rho_g$	外生需要ショックの持続性	0.9877	0.9741	0.9992
$\rho_w$	賃金ショックの持続性	0.1326	0.0242	0.2350
$\rho_p$	価格マークアップショックの持続性	0.6948	0.5564	0.8226
$\rho_r$	金融政策ショックの持続性	0.4028	0.2733	0.5318
$M$	家計の限定合理性度合	0.8621	0.7674	0.9388
$M^f$	企業の限定合理性度合	—	—	—
$\sigma_z$	技術ショックの標準誤差	1.6033	1.4412	1.7668
$\sigma_b$	選好ショックの標準誤差	8.3669	4.4520	12.2660
$\sigma_i$	投資の調整費用ショックの標準誤差	4.5577	3.6365	5.4178
$\sigma_g$	外生需要ショックの標準誤差	1.8869	1.6878	2.0859
$\sigma_w$	賃金ショックの標準誤差	0.6413	0.5586	0.7221
$\sigma_p$	価格マークアップショックの標準誤差	0.1424	0.1087	0.1744
$\sigma_r$	金融政策ショックの標準誤差	0.1145	0.1025	0.1262

表 15 事後分布 (日本、PBR[ $M = 1$ ])

パラメータ	意味	平均	5%	95%
$\sigma$	相対的リスク回避度	1.6522	1.3336	1.9601
$\theta$	消費の習慣形成度	0.4327	0.3316	0.5313
$\chi$	労働供給の弾力性	3.0233	1.7265	4.2850
$\zeta^{-1}$	投資の調整コスト	5.1688	2.7452	7.4532
$\mu$	稼働率の調整コスト	3.2633	1.6274	4.8861
$\phi$	生産の固定費用	0.0641	0.0466	0.0812
$\gamma_w$	賃金の慣性	0.2824	0.0415	0.5080
$\xi_w$	賃金の硬直性	0.8219	0.7656	0.8804
$\gamma_p$	価格の慣性	0.0496	0.0003	0.1040
$\xi_p$	価格の硬直性	0.8467	0.8103	0.8828
$\lambda_p$	賃金マークアップ率	0.6103	0.5148	0.7108
$z^*$	均斉成長率 (四半期換算)	0.1248	0.0660	0.1823
$l^*$	労働時間の定常状態 (四半期換算)	-0.0001	-0.0835	0.0818
$\pi^*$	インフレ率の定常状態 (四半期換算)	0.1711	0.0882	0.2497
$r^*$	実質利子率の定常状態 (四半期換算)	0.3314	0.1909	0.4688
$\phi_r$	金利スモーニング度	0.8748	0.8433	0.9070
$\phi_\pi$	金利のインフレ率に対する反応度	1.4515	1.2902	1.6062
$\phi_y$	金利の GDP ギャップに対する反応度	0.2385	0.1736	0.3004
$\rho_z$	技術ショックの持続性	0.1314	0.0505	0.2114
$\rho_b$	選好ショックの持続性	0.9716	0.9496	0.9917
$\rho_i$	投資の調整費用ショックの持続性	0.5745	0.4929	0.6614
$\rho_g$	外生需要ショックの持続性	0.9903	0.9815	0.9989
$\rho_w$	賃金ショックの持続性	0.0977	0.0151	0.1751
$\rho_p$	価格マークアップショックの持続性	0.7962	0.7395	0.8557
$\rho_r$	金融政策ショックの持続性	0.2747	0.1555	0.3914
$M$	家計の限定合理性度合	—	—	—
$M^f$	企業の限定合理性度合	0.7733	0.6910	0.8547
$\sigma_z$	技術ショックの標準誤差	1.4711	1.2834	1.6540
$\sigma_b$	選好ショックの標準誤差	7.4601	4.2995	10.7038
$\sigma_i$	投資の調整費用ショックの標準誤差	6.0670	4.8743	7.2262
$\sigma_g$	外生需要ショックの標準誤差	1.9815	1.7593	2.1976
$\sigma_w$	賃金ショックの標準誤差	0.6177	0.5437	0.6918
$\sigma_p$	価格マークアップショックの標準誤差	0.1968	0.1552	0.2364
$\sigma_r$	金融政策ショックの標準誤差	0.1182	0.1050	0.1304

表 16 周辺尤度

	BR	RE	PBR( $M^f = 1$ )	PBR( $M = 1$ )
米国	-1293.0	-1309.4	-1300.8	-1301.4
日本	-1146.5	-1151.3	-1151.4	-1144.7

(注) ここでは、Geweke (1999) が提案した修正調和平均値を周辺尤度として採用している。

表 17 観測変数間の時差相関におけるデータとモデル間の RMSE(米国) -1

	$100\Delta \log Y_{t+i}$	$100\Delta \log C_{t+i}$	$100\Delta \log I_{t+i}$	$100\Delta \log W_{t+i}$
$100\Delta \log Y_t$				
BR	0.13	<b>0.28</b>	0.11	0.14
RE	0.15	0.29	0.13	<b>0.13</b>
PBR( $M^f = 1$ )	<b>0.12</b>	<b>0.28</b>	<b>0.10</b>	0.14
PBR( $M = 1$ )	0.15	0.29	0.14	<b>0.13</b>
$100\Delta \log C_t$				
BR	<b>0.28</b>	0.27	<b>0.33</b>	<b>0.21</b>
RE	0.29	0.27	0.35	0.22
PBR( $M^f = 1$ )	0.28	<b>0.26</b>	<b>0.33</b>	0.22
PBR( $M = 1$ )	0.29	0.28	0.36	<b>0.21</b>
$100\Delta \log I_t$				
BR	0.11	0.33	<b>0.09</b>	0.07
RE	0.13	0.35	0.13	0.06
PBR( $M^f = 1$ )	<b>0.10</b>	<b>0.33</b>	<b>0.09</b>	<b>0.05</b>
PBR( $M = 1$ )	0.14	0.36	0.14	0.06
$100\Delta \log W_t$				
BR	0.14	<b>0.21</b>	0.07	0.18
RE	<b>0.13</b>	0.22	0.06	0.20
PBR( $M^f = 1$ )	0.14	0.22	<b>0.05</b>	0.19
PBR( $M = 1$ )	<b>0.13</b>	<b>0.21</b>	0.06	<b>0.17</b>
$100 \log I_t$				
BR	0.06	0.12	<b>0.04</b>	0.06
RE	0.08	<b>0.10</b>	<b>0.04</b>	0.08
PBR( $M^f = 1$ )	<b>0.05</b>	0.13	0.05	0.07
PBR( $M = 1$ )	0.08	<b>0.10</b>	<b>0.04</b>	<b>0.05</b>
$100\Delta \log P_t$				
BR	0.37	0.47	0.18	0.44
RE	<b>0.35</b>	<b>0.43</b>	0.22	0.45
PBR( $M^f = 1$ )	0.38	0.44	0.22	0.47
PBR( $M = 1$ )	0.36	0.45	<b>0.17</b>	<b>0.42</b>
$100R_t$				
BR	0.43	0.52	0.19	<b>0.44</b>
RE	<b>0.40</b>	<b>0.50</b>	0.21	0.45
PBR( $M^f = 1$ )	0.44	0.53	0.21	0.47
PBR( $M = 1$ )	0.41	<b>0.50</b>	<b>0.18</b>	<b>0.44</b>

(注) 四つのモデルが示す RMSE の中で一番小さい値のものを太文字で表記している。

表 18 観測変数間の時差相関におけるデータとモデル間の RMSE(米国) -2

	$100 \log l_{t+i}$	$100\Delta \log P_{t+i}$	$100R_{t+i}$
$100\Delta \log Y_t$			
BR	0.06	0.37	0.43
RE	0.08	<b>0.35</b>	<b>0.40</b>
PBR( $M^f = 1$ )	<b>0.05</b>	0.38	0.44
PBR( $M = 1$ )	0.08	0.36	0.41
$100\Delta \log C_t$			
BR	0.12	0.47	0.52
RE	<b>0.10</b>	<b>0.43</b>	<b>0.50</b>
PBR( $M^f = 1$ )	0.13	0.44	0.53
PBR( $M = 1$ )	<b>0.10</b>	0.45	<b>0.50</b>
$100\Delta \log I_t$			
BR	<b>0.04</b>	0.18	0.19
RE	<b>0.04</b>	0.22	0.21
PBR( $M^f = 1$ )	0.05	0.22	0.21
PBR( $M = 1$ )	<b>0.04</b>	<b>0.17</b>	<b>0.18</b>
$100\Delta \log W_t$			
BR	0.06	0.44	<b>0.44</b>
RE	0.08	0.45	0.45
PBR( $M^f = 1$ )	0.07	0.47	0.47
PBR( $M = 1$ )	<b>0.05</b>	<b>0.42</b>	<b>0.44</b>
$100 \log l_t$			
BR	<b>0.03</b>	<b>0.04</b>	0.05
RE	0.12	0.09	0.16
PBR( $M^f = 1$ )	<b>0.03</b>	0.05	0.07
PBR( $M = 1$ )	0.09	<b>0.04</b>	<b>0.03</b>
$100\Delta \log P_t$			
BR	<b>0.04</b>	<b>0.33</b>	0.36
RE	0.09	0.44	<b>0.34</b>
PBR( $M^f = 1$ )	0.05	0.44	0.36
PBR( $M = 1$ )	<b>0.04</b>	0.36	0.38
$100R_t$			
BR	0.05	0.36	<b>0.22</b>
RE	0.16	<b>0.34</b>	0.28
PBR( $M^f = 1$ )	0.07	0.36	0.27
PBR( $M = 1$ )	<b>0.03</b>	0.38	0.26

(注) 四つのモデルが示す RMSE の中で一番小さい値のものを太文字で表記している。

表 19 観測変数間の時差相関におけるデータとモデル間の RMSE(日本) -1

	$100\Delta \log Y_{t+i}$	$100\Delta \log C_{t+i}$	$100\Delta \log I_{t+i}$	$100\Delta \log W_{t+i}$
$100\Delta \log Y_t$				
BR	<b>0.13</b>	0.11	0.14	0.16
RE	0.16	0.16	0.21	0.26
PBR( $M^f = 1$ )	<b>0.13</b>	0.11	0.14	<b>0.15</b>
PBR( $M = 1$ )	0.14	<b>0.10</b>	<b>0.13</b>	0.16
$100\Delta \log C_t$				
BR	0.11	0.24	0.21	0.16
RE	0.16	<b>0.22</b>	0.26	0.27
PBR( $M^f = 1$ )	0.11	0.24	0.20	<b>0.14</b>
PBR( $M = 1$ )	<b>0.10</b>	0.24	<b>0.13</b>	0.17
$100\Delta \log I_t$				
BR	0.14	0.21	0.23	<b>0.06</b>
RE	0.21	0.26	0.35	0.27
PBR( $M^f = 1$ )	0.14	0.20	0.23	0.07
PBR( $M = 1$ )	<b>0.13</b>	<b>0.13</b>	<b>0.20</b>	0.08
$100\Delta \log W_t$				
BR	0.16	0.16	<b>0.06</b>	0.22
RE	0.26	0.27	0.27	0.39
PBR( $M^f = 1$ )	<b>0.15</b>	<b>0.14</b>	0.07	<b>0.21</b>
PBR( $M = 1$ )	0.16	0.17	0.08	0.22
$100 \log l_t$				
BR	0.14	0.12	0.06	<b>0.05</b>
RE	<b>0.13</b>	0.09	0.15	0.14
PBR( $M^f = 1$ )	0.14	0.12	<b>0.05</b>	<b>0.05</b>
PBR( $M = 1$ )	0.14	<b>0.08</b>	0.08	0.06
$100\Delta \log P_t$				
BR	0.31	0.29	<b>0.17</b>	0.32
RE	0.31	0.28	0.21	<b>0.26</b>
PBR( $M^f = 1$ )	<b>0.29</b>	<b>0.25</b>	0.19	0.31
PBR( $M = 1$ )	<b>0.29</b>	0.28	0.19	0.29
$100R_t$				
BR	0.38	0.34	0.20	0.46
RE	0.41	0.38	0.26	<b>0.43</b>
PBR( $M^f = 1$ )	0.37	<b>0.33</b>	0.21	0.47
PBR( $M = 1$ )	<b>0.34</b>	0.37	<b>0.13</b>	0.45

(注) 四つのモデルが示す RMSE の中で一番小さい値のものを太文字で表記している。

表 20 観測変数間の時差相関におけるデータとモデル間の RMSE(日本) -2

	$100 \log l_{t+i}$	$100\Delta \log P_{t+i}$	$100R_{t+i}$
$100\Delta \log Y_t$			
BR	0.14	0.31	0.38
RE	<b>0.13</b>	0.31	0.41
PBR( $M^f = 1$ )	0.14	<b>0.29</b>	0.37
PBR( $M = 1$ )	0.14	<b>0.29</b>	<b>0.34</b>
$100\Delta \log C_t$			
BR	0.12	0.29	0.34
RE	0.09	0.28	0.38
PBR( $M^f = 1$ )	0.12	<b>0.25</b>	<b>0.33</b>
PBR( $M = 1$ )	<b>0.08</b>	0.28	0.37
$100\Delta \log I_t$			
BR	0.06	<b>0.17</b>	0.20
RE	0.15	0.21	0.26
PBR( $M^f = 1$ )	<b>0.05</b>	0.19	0.21
PBR( $M = 1$ )	0.08	0.19	<b>0.13</b>
$100\Delta \log W_t$			
BR	<b>0.05</b>	0.32	0.46
RE	0.14	<b>0.26</b>	<b>0.43</b>
PBR( $M^f = 1$ )	<b>0.05</b>	0.31	0.47
PBR( $M = 1$ )	0.06	0.29	0.45
$100 \log l_t$			
BR	<b>0.01</b>	0.60	0.87
RE	0.02	<b>0.55</b>	<b>0.85</b>
PBR( $M^f = 1$ )	<b>0.01</b>	0.56	0.86
PBR( $M = 1$ )	0.05	0.76	1.07
$100\Delta \log P_t$			
BR	0.60	0.16	<b>0.10</b>
RE	<b>0.55</b>	0.47	0.39
PBR( $M^f = 1$ )	0.56	0.19	0.15
PBR( $M = 1$ )	0.76	<b>0.13</b>	0.11
$100R_t$			
BR	0.87	<b>0.10</b>	0.05
RE	<b>0.85</b>	0.39	<b>0.03</b>
PBR( $M^f = 1$ )	0.86	0.15	0.04
PBR( $M = 1$ )	1.07	0.11	0.08

(注) 四つのモデルが示す RMSE の中で一番小さい値のものを太文字で表記している。

表 21 事後分布 (米国、RC)

パラメータ	意味	平均	5%	95%
$\sigma$	相対的リスク回避度	1.2539	0.7736	1.7684
$\theta$	消費の習慣形成度	0.9444	0.9199	0.9702
$\chi$	労働供給の弾力性	5.2459	3.4764	7.0462
$\zeta^{-1}$	投資の調整コスト	7.7227	5.2798	10.1524
$\mu$	稼働率の調整コスト	1.2310	0.7064	1.7510
$\phi$	生産の固定費用	0.0738	0.0538	0.0938
$\gamma_w$	賃金の慣性	0.7933	0.6832	0.9060
$\xi_w$	賃金の硬直性	0.8323	0.7727	0.8925
$\gamma_p$	価格の慣性	0.1128	0.0375	0.1833
$\xi_p$	価格の硬直性	0.9141	0.8970	0.9314
$\lambda_p$	賃金マークアップ率	0.4307	0.3129	0.5589
$z^*$	均斉成長率 (四半期換算)	0.3173	0.2602	0.3733
$l^*$	労働時間の定常状態 (四半期換算)	-0.0063	-0.0873	0.0744
$\pi^*$	インフレ率の定常状態 (四半期換算)	0.8582	0.7829	0.9314
$r^*$	実質利子率の定常状態 (四半期換算)	0.4472	0.3661	0.5278
$\phi_r$	金利スムージング度	0.3106	0.1951	0.4217
$\phi_\pi$	金利のインフレ率に対する反応度	1.0844	0.8936	1.2722
$\phi_y$	金利の GDP ギャップに対する反応度	0.1597	0.1286	0.1902
$\rho_z$	技術ショックの持続性	0.0394	0.0050	0.0719
$\rho_b$	選好ショックの持続性	0.4150	0.2964	0.5350
$\rho_i$	投資の調整費用ショックの持続性	0.6421	0.5625	0.7211
$\rho_g$	外生需要ショックの持続性	0.9840	0.9758	0.9926
$\rho_w$	賃金ショックの持続性	0.0912	0.0182	0.1611
$\rho_p$	価格マークアップショックの持続性	0.7096	0.6244	0.7956
$\rho_r$	金融政策ショックの持続性	0.7451	0.6426	0.8548
$M$	家計の限定合理性度合	0.8606	0.7898	0.9313
$M^f$	企業の限定合理性度合	0.1988	0.0000	0.4190
$\sigma_z$	技術ショックの標準誤差	1.0745	0.9714	1.1733
$\sigma_b$	選好ショックの標準誤差	18.2486	8.5244	31.1700
$\sigma_i$	投資の調整費用ショックの標準誤差	2.1641	1.8302	2.4874
$\sigma_g$	外生需要ショックの標準誤差	2.5708	2.3453	2.7992
$\sigma_w$	賃金ショックの標準誤差	0.7086	0.6371	0.7791
$\sigma_p$	価格マークアップショックの標準誤差	0.2439	0.1901	0.2918
$\sigma_r$	金融政策ショックの標準誤差	0.2025	0.1845	0.2205

表 22 事後分布 (日本、RC)

パラメータ	意味	平均	5%	95%
$\sigma$	相対的リスク回避度	1.6441	1.3942	1.8905
$\theta$	消費の習慣形成度	0.4864	0.3864	0.5846
$\chi$	労働供給の弾力性	3.2532	2.0343	4.6074
$\zeta^{-1}$	投資の調整コスト	6.3099	3.9739	8.9617
$\mu$	稼働率の調整コスト	3.9888	2.1210	5.8058
$\phi$	生産の固定費用	0.0625	0.0469	0.0776
$\gamma_w$	賃金の慣性	0.2400	0.0249	0.4375
$\xi_w$	賃金の硬直性	0.7771	0.6935	0.8625
$\gamma_p$	価格の慣性	0.0383	0.0000	0.0802
$\xi_p$	価格の硬直性	0.8600	0.8203	0.9023
$\lambda_p$	賃金マークアップ率	0.6224	0.5284	0.7108
$z^*$	均斉成長率 (四半期換算)	0.1144	0.0587	0.1681
$l^*$	労働時間の定常状態 (四半期換算)	-0.0073	-0.0889	0.0738
$\pi^*$	インフレ率の定常状態 (四半期換算)	0.1570	0.0871	0.2254
$r^*$	実質利率の定常状態 (四半期換算)	0.3632	0.2323	0.4891
$\phi_r$	金利スミージング度	0.8603	0.8199	0.9017
$\phi_\pi$	金利のインフレ率に対する反応度	1.4577	1.3128	1.6047
$\phi_y$	金利の GDP ギャップに対する反応度	0.2078	0.1460	0.2649
$\rho_z$	技術ショックの持続性	0.1523	0.0595	0.2409
$\rho_b$	選好ショックの持続性	0.9559	0.9237	0.9881
$\rho_i$	投資の調整費用ショックの持続性	0.5768	0.5007	0.6547
$\rho_g$	外生需要ショックの持続性	0.9888	0.9777	0.9989
$\rho_w$	賃金ショックの持続性	0.0965	0.0167	0.1748
$\rho_p$	価格マークアップショックの持続性	0.7930	0.7263	0.8599
$\rho_r$	金融政策ショックの持続性	0.3202	0.1816	0.4549
$M$	家計の限定合理性度合	0.9585	0.9199	1.0000
$M^f$	企業の限定合理性度合	0.4602	0.0899	0.8104
$\sigma_z$	技術ショックの標準誤差	1.5113	1.3374	1.6844
$\sigma_b$	選好ショックの標準誤差	9.2047	5.4126	13.2575
$\sigma_i$	投資の調整費用ショックの標準誤差	5.3951	4.4710	6.2997
$\sigma_g$	外生需要ショックの標準誤差	1.9278	1.7161	2.1370
$\sigma_w$	賃金ショックの標準誤差	0.6253	0.5492	0.6992
$\sigma_p$	価格マークアップショックの標準誤差	0.2752	0.1702	0.3762
$\sigma_r$	金融政策ショックの標準誤差	0.1162	0.1037	0.1282

表 23 周辺尤度 (頑健性テスト)

	BR	RC
米国	-1293.0	-1292.0
日本	-1146.5	-1148.3

(注) ここでは、Geweke (1999) が提案した修正調和平均値を周辺尤度として採用している。

## 付録 B 図

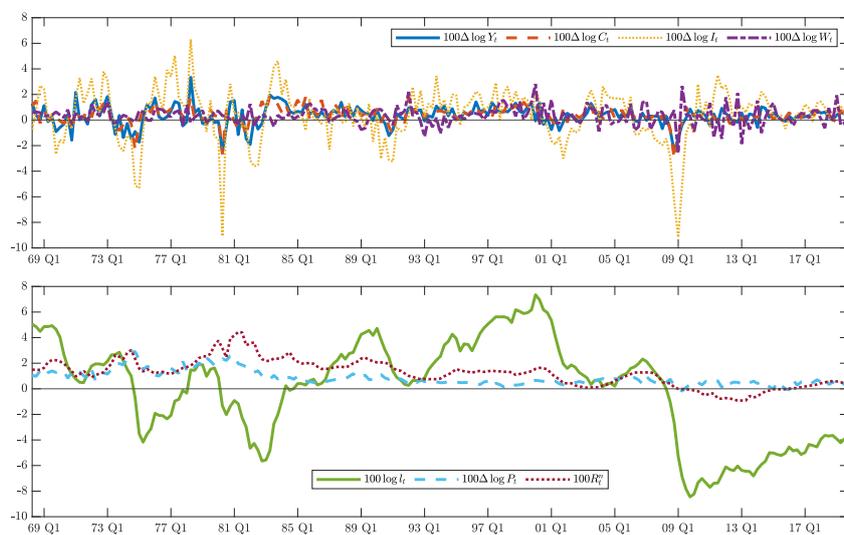


図1 作成したデータ (米国)

(注) 縦軸は成長率または変化率を % で表し、横軸は推定期間 (1966Q2 から 2019Q4) を表す。

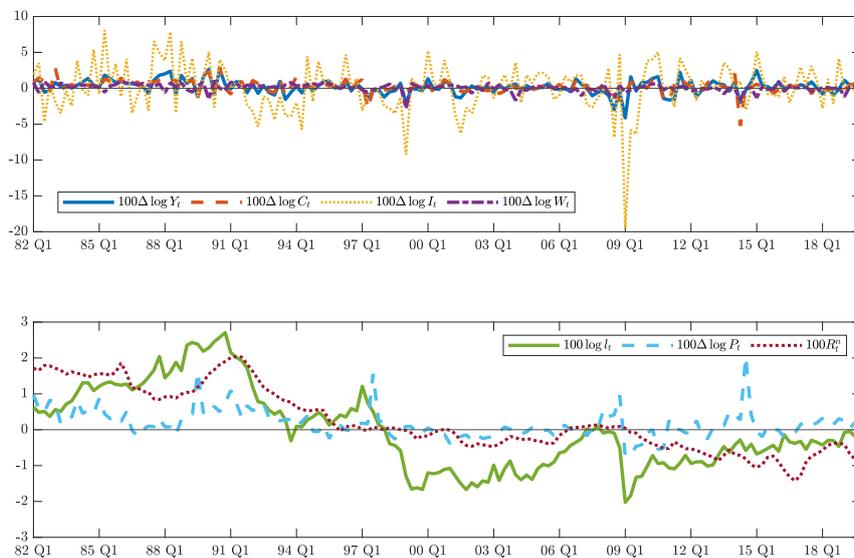


図2 作成したデータ (日本)

(注) 縦軸は成長率または変化率を % で表し、横軸は推定期間 (1982Q1 から 2019Q4) を表す。

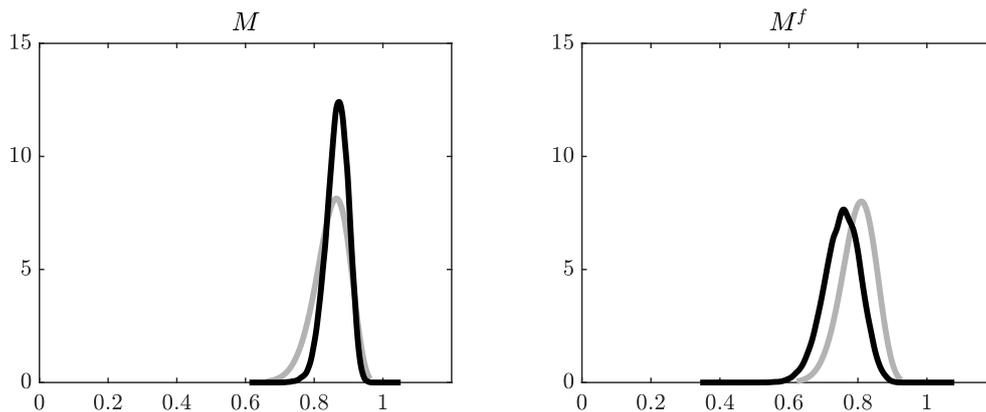


図3 BRパラメータの事前分布と事後分布 (米国、BR)

(注) 灰色の実線が事前分布、黒色の実線が事後分布を表す。縦軸は確率密度、横軸はパラメータの値を示している。

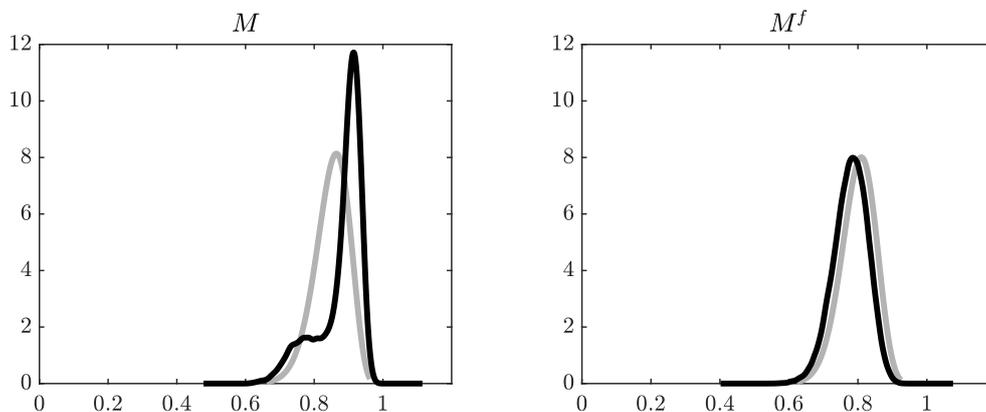


図4 BRパラメータの事前分布と事後分布 (日本、BR)

(注) 灰色の実線が事前分布、黒色の実線が事後分布を表す。縦軸は確率密度、横軸はパラメータの値を示している。

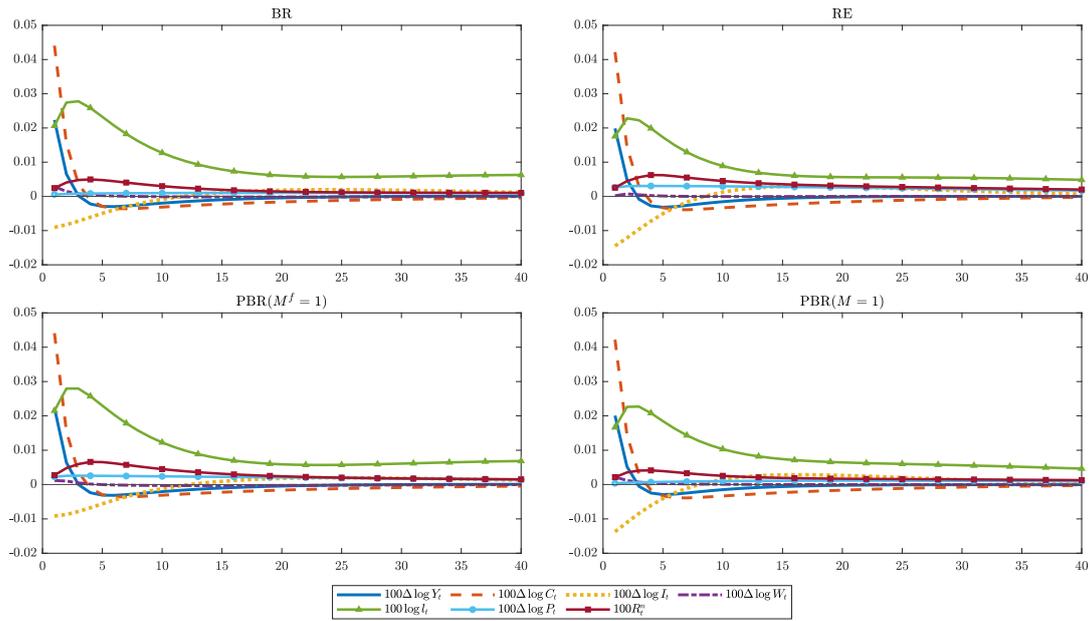


図5 標準偏差1の選好ショック  $\varepsilon^b$  を与えた時のインパルス応答関数 (米国)

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を % で表している。

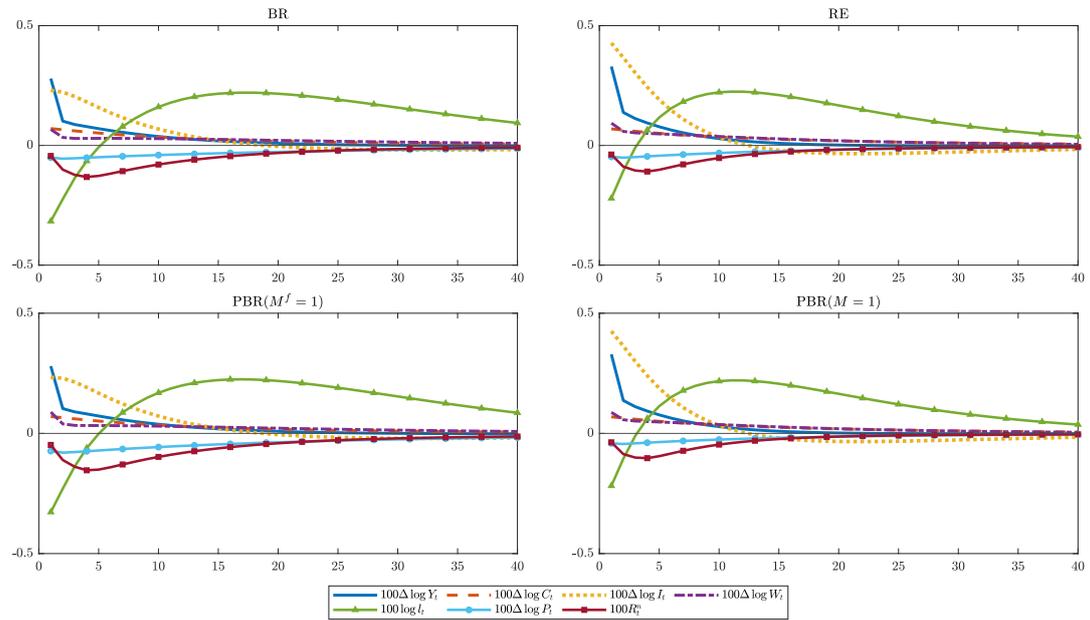


図6 標準偏差1の技術ショック  $\varepsilon^z$  を与えた時のインパルス応答関数 (米国)

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を % で表している。

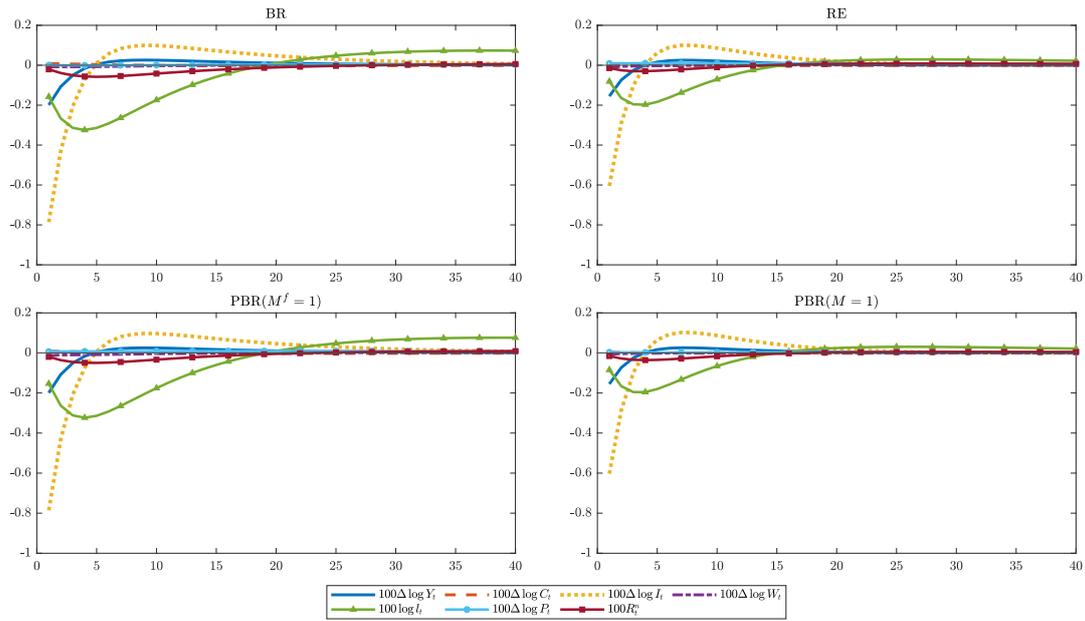


図7 標準偏差1の投資の調整費用ショック  $\varepsilon^i$  を与えた時のインパルス応答関数 (米国)

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を % で表している。

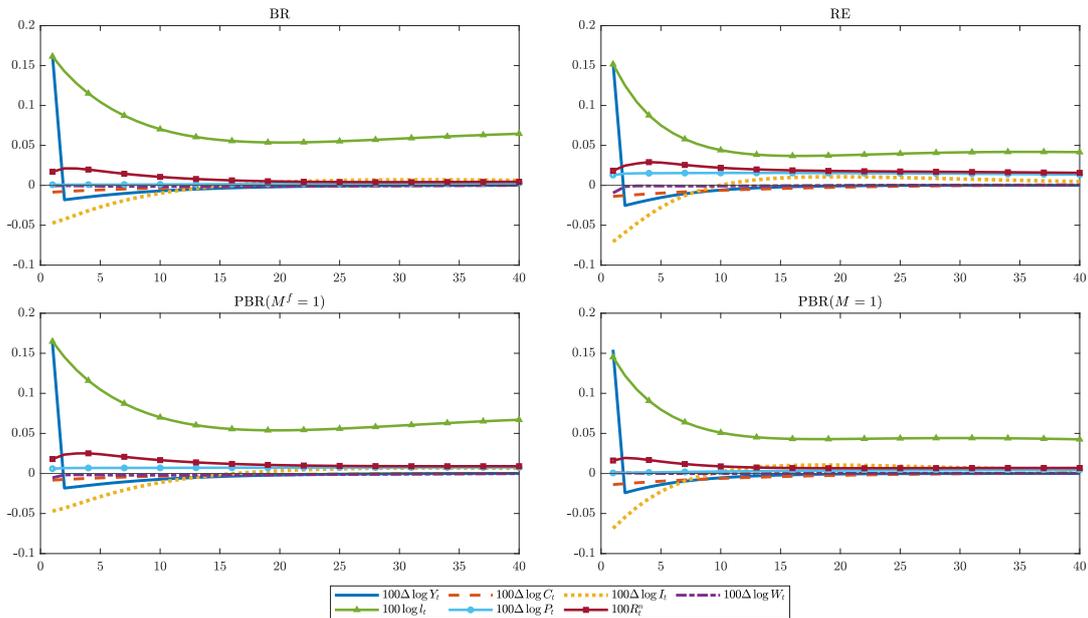


図8 標準偏差1の外生需要ショック  $\varepsilon^g$  を与えた時のインパルス応答関数 (米国)

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を % で表している。

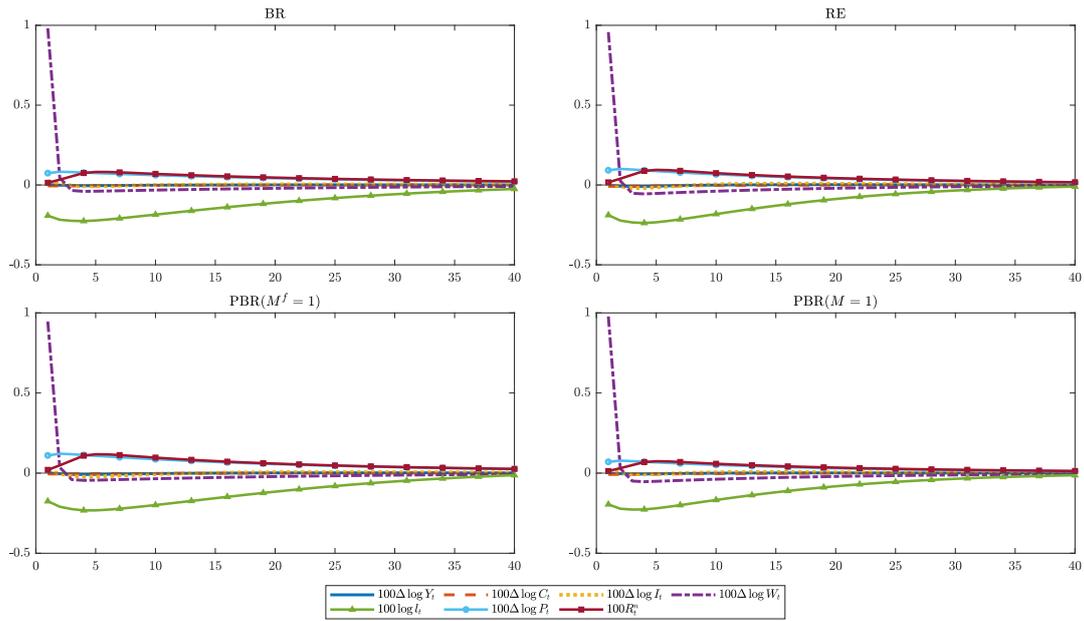


図9 標準偏差1の賃金ショック  $\varepsilon^w$  を与えた時のインパルス応答関数 (米国)

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を % で表している。

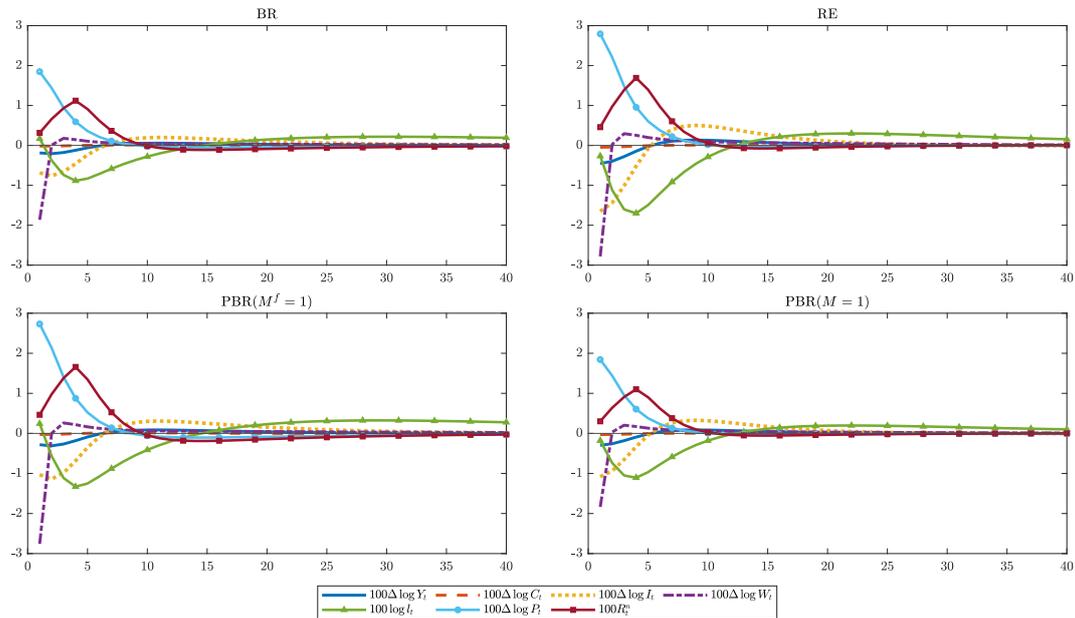


図10 標準偏差1の価格マークアップショック  $\varepsilon^p$  を与えた時のインパルス応答関数 (米国)

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を % で表している。

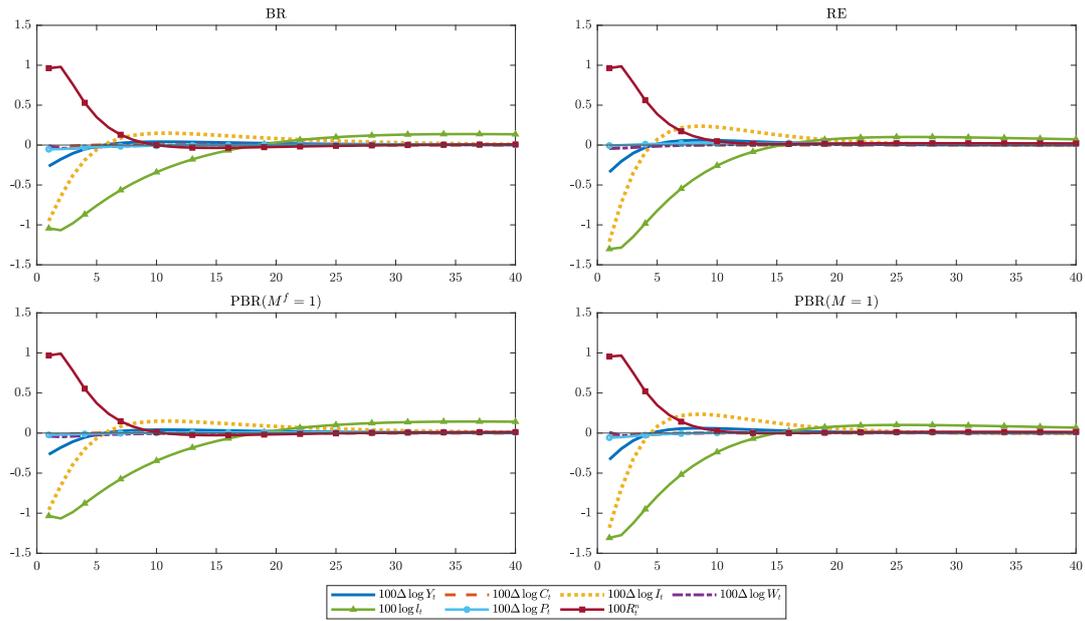


図 11 標準偏差 1 の金融政策ショック  $\varepsilon^r$  を与えた時のインパルス応答関数 (米国)

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を % で表している。

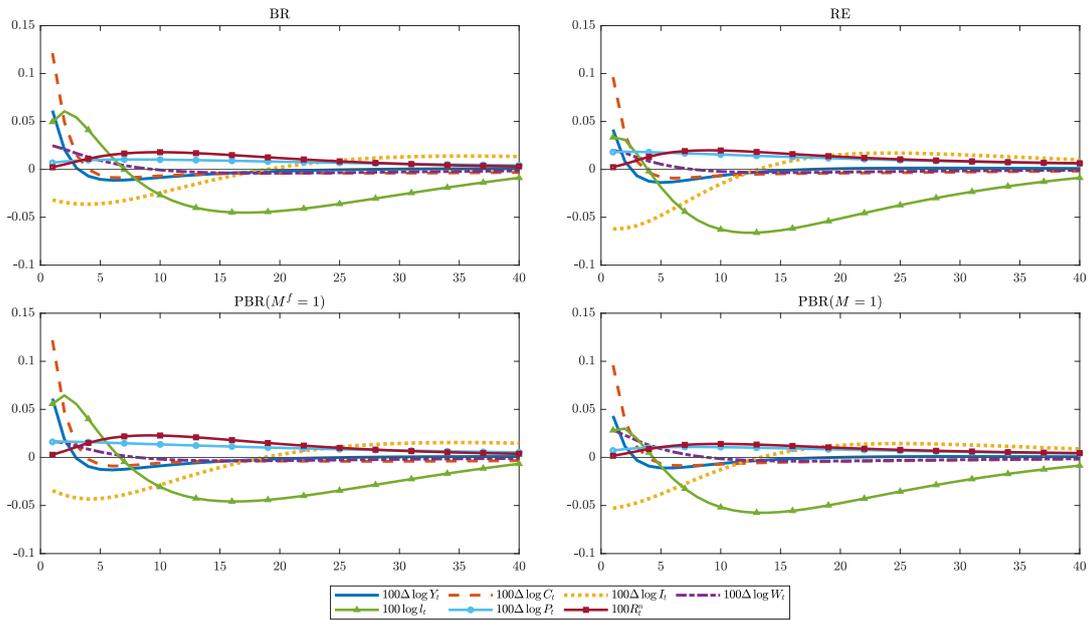


図 12 標準偏差 1 の選好ショック  $\varepsilon^b$  を与えた時のインパルス応答関数 (日本)

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を % で表している。

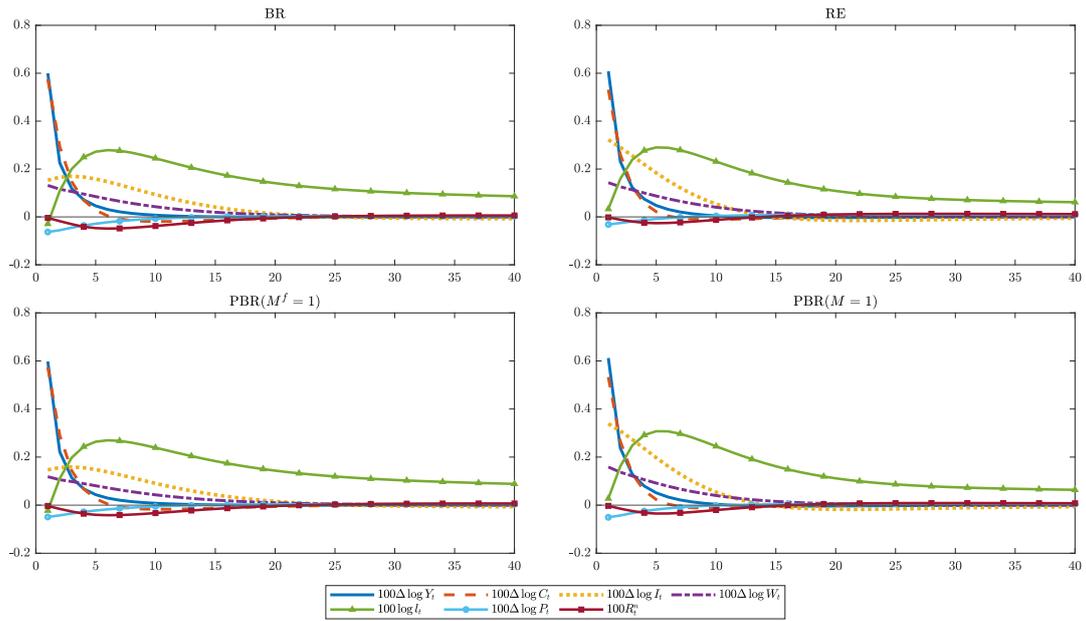


図 13 標準偏差 1 の技術ショック  $\varepsilon^z$  を与えた時のインパルス応答関数 (日本)

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を % で表している。

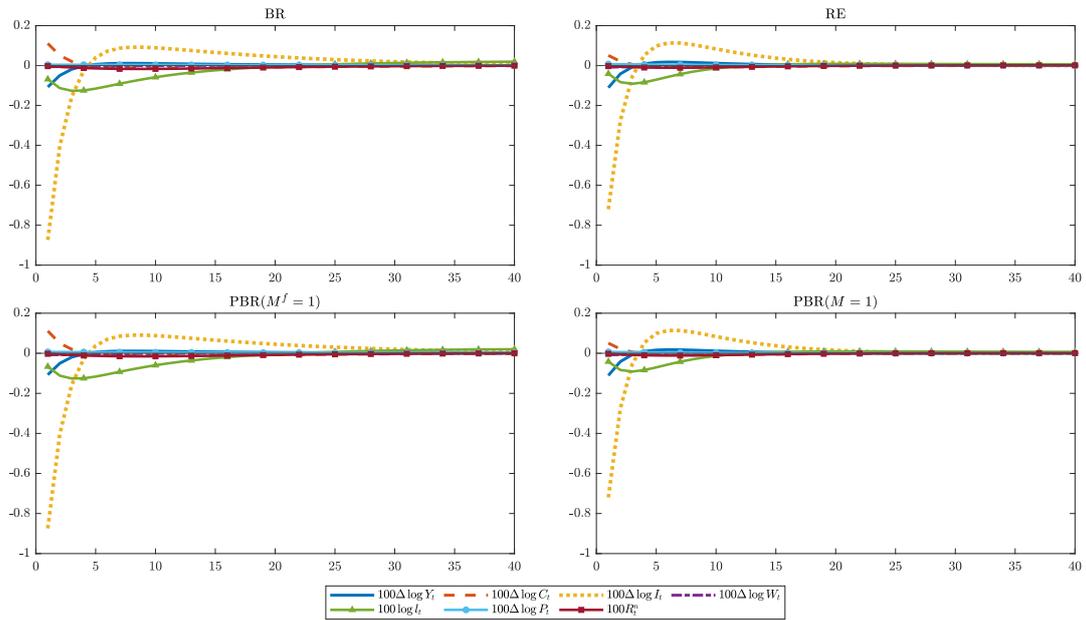


図 14 標準偏差 1 の投資の調整費用ショック  $\varepsilon^i$  を与えた時のインパルス応答関数 (日本)

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を % で表している。

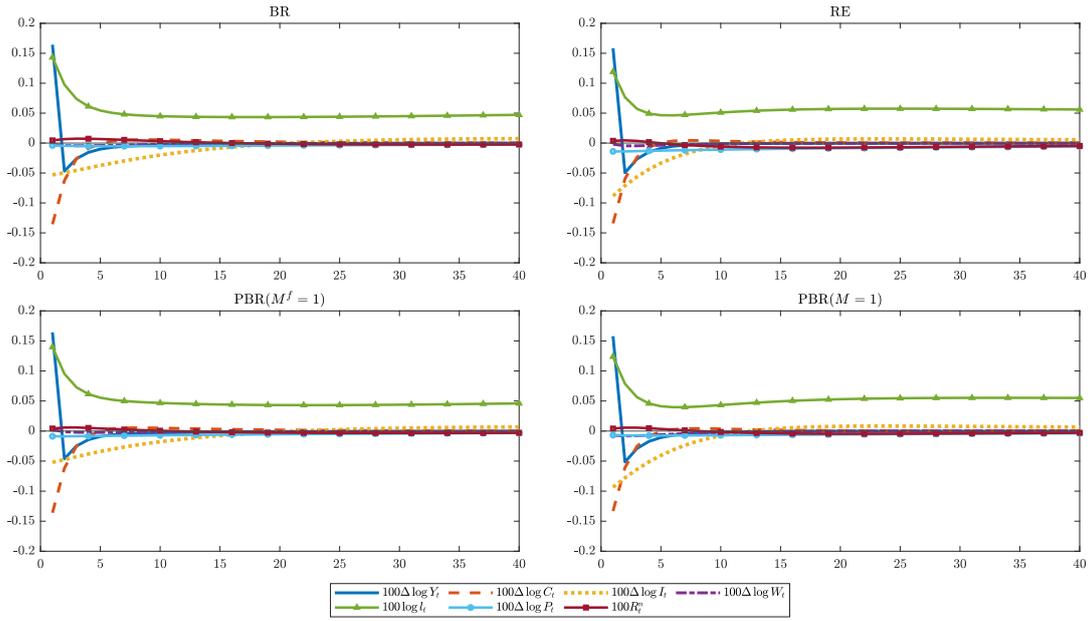


図 15 標準偏差 1 の外生需要ショック  $\varepsilon^g$  を与えた時のインパルス応答関数 (日本)

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を % で表している。

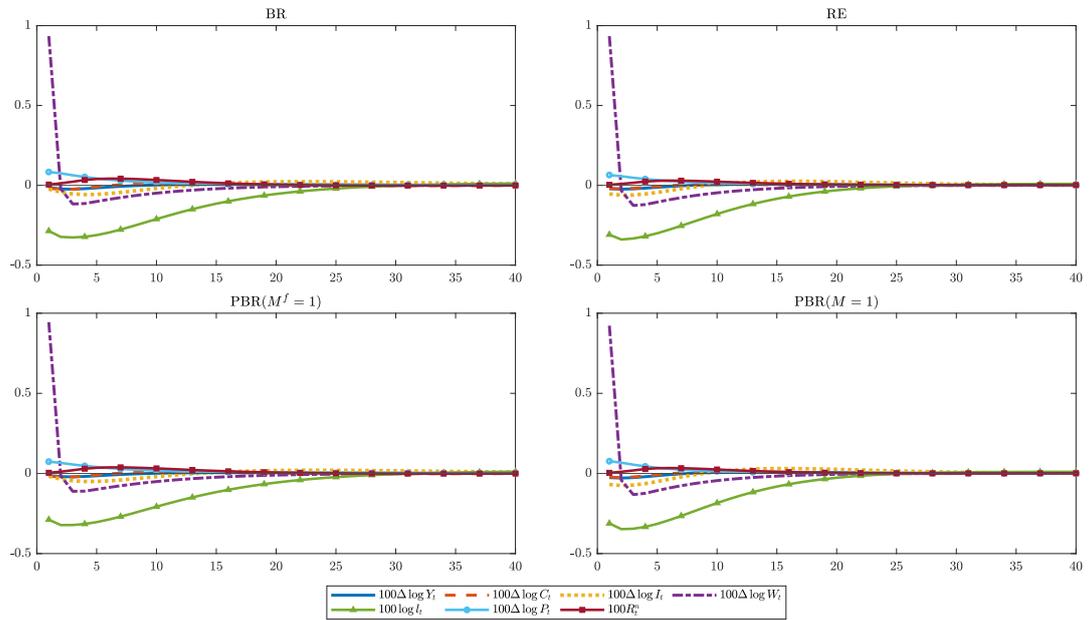


図 16 標準偏差 1 の賃金ショック  $\varepsilon^w$  を与えた時のインパルス応答関数 (日本)

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を % で表している。

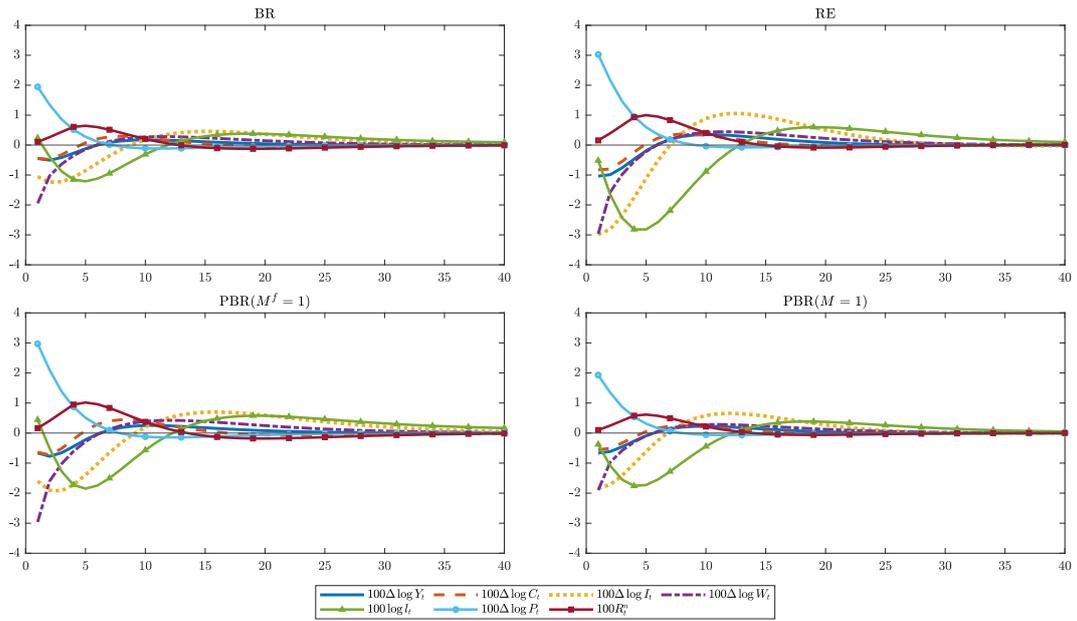


図 17 標準偏差 1 の価格マークアップショック  $\varepsilon^P$  を与えた時のインパルス応答関数 (日本)

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を % で表している。

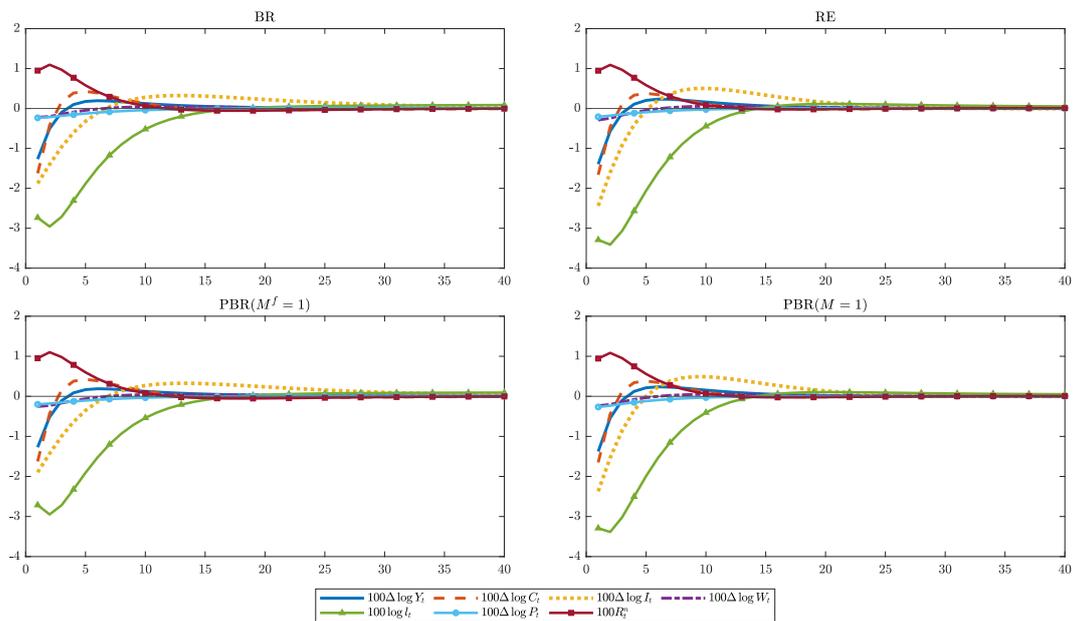


図 18 標準偏差 1 の金融政策ショック  $\varepsilon^r$  を与えた時のインパルス応答関数 (日本)

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を % で表している。

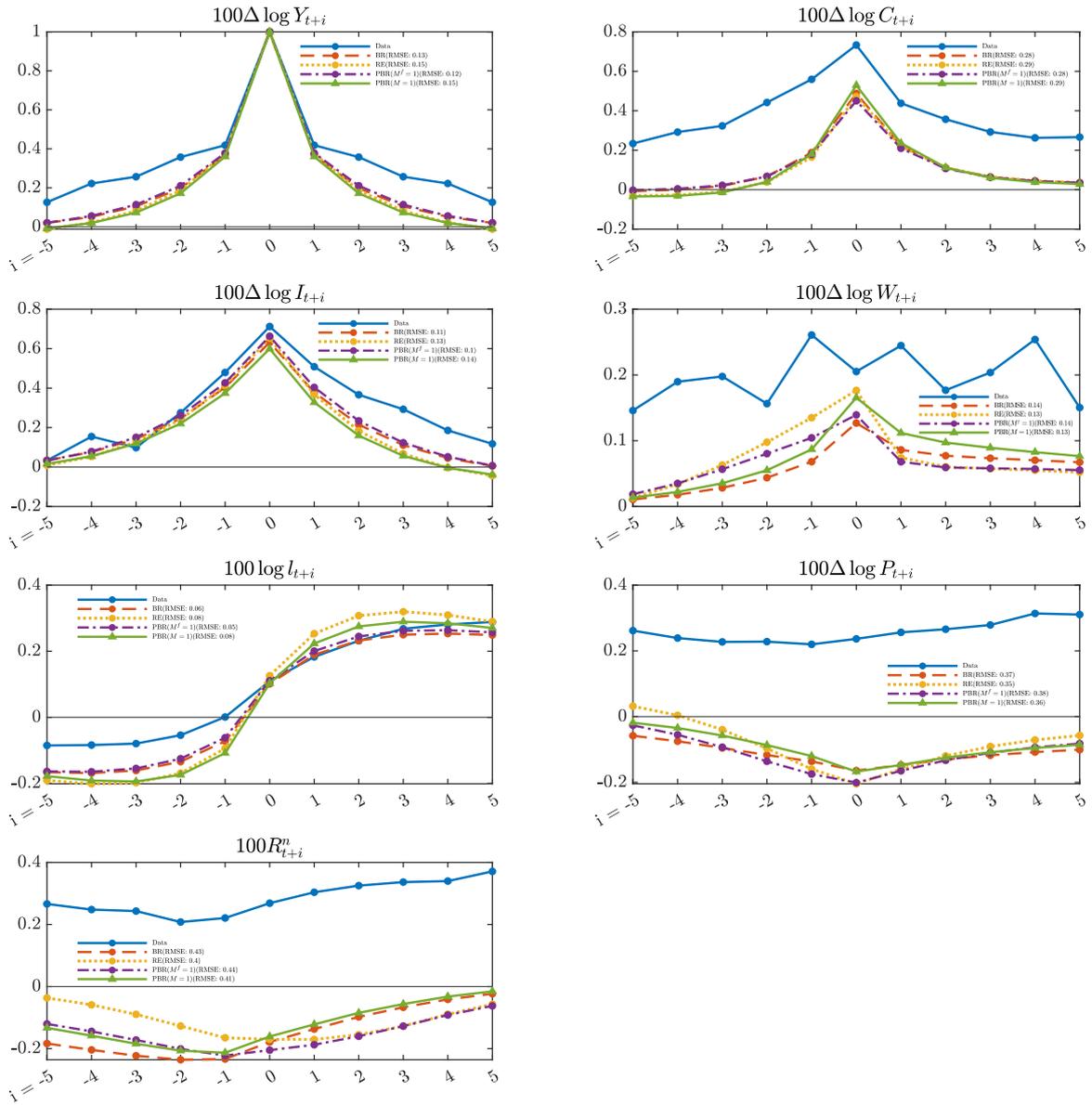


図 19 実質 GDP 成長率  $100\Delta \log Y_t$  との相関係数と RMSE(米国)

(注) 縦軸は時差相関、横軸はラグを表している。RMSE については 4.2 節を参照されたい。

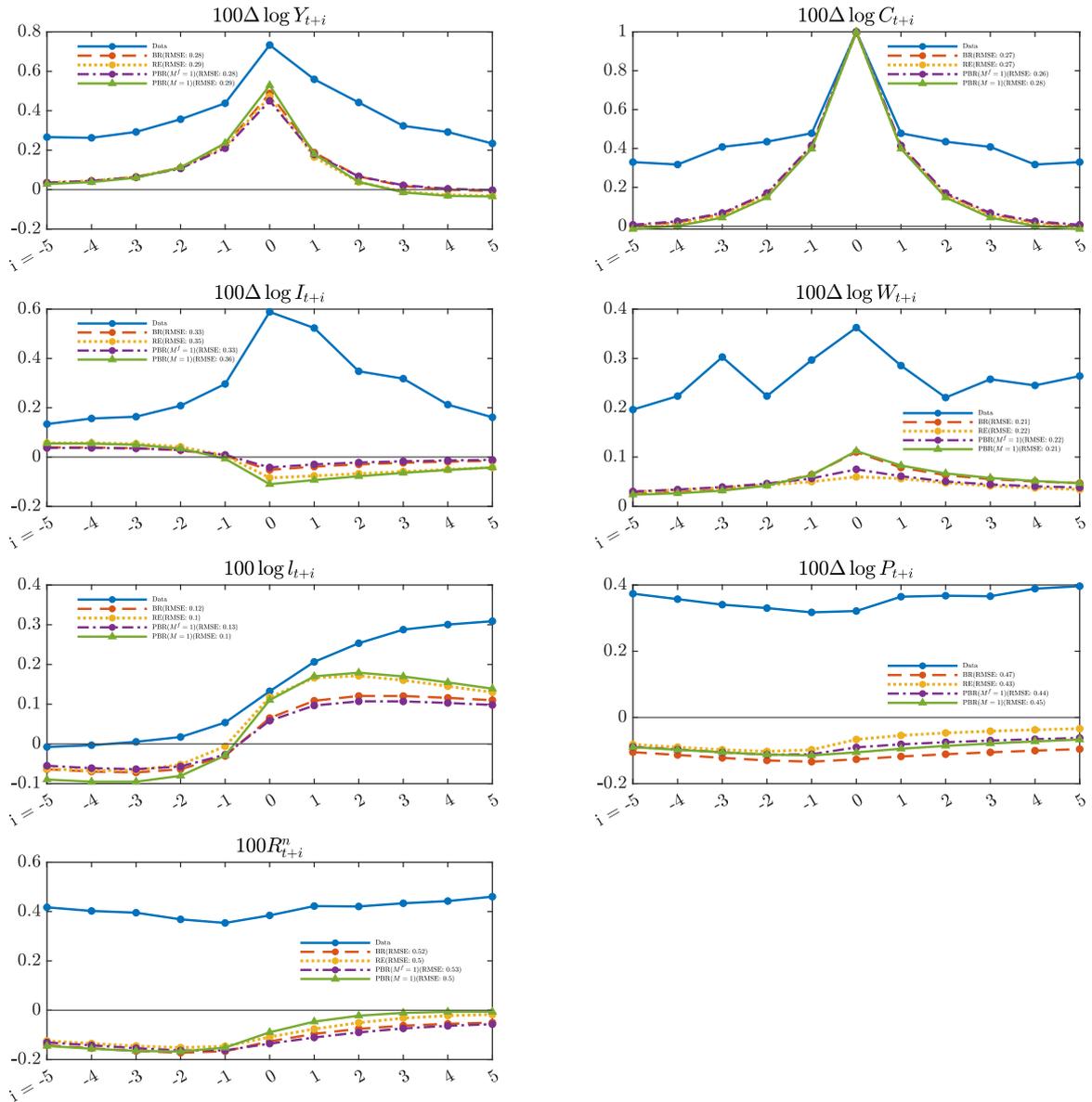


図 20 実質消費成長率  $100\Delta \log C_t$  との相関係数と RMSE(米国)

(注) 縦軸は時差相関、横軸はラグを表している。RMSE については 4.2 節を参照されたい。

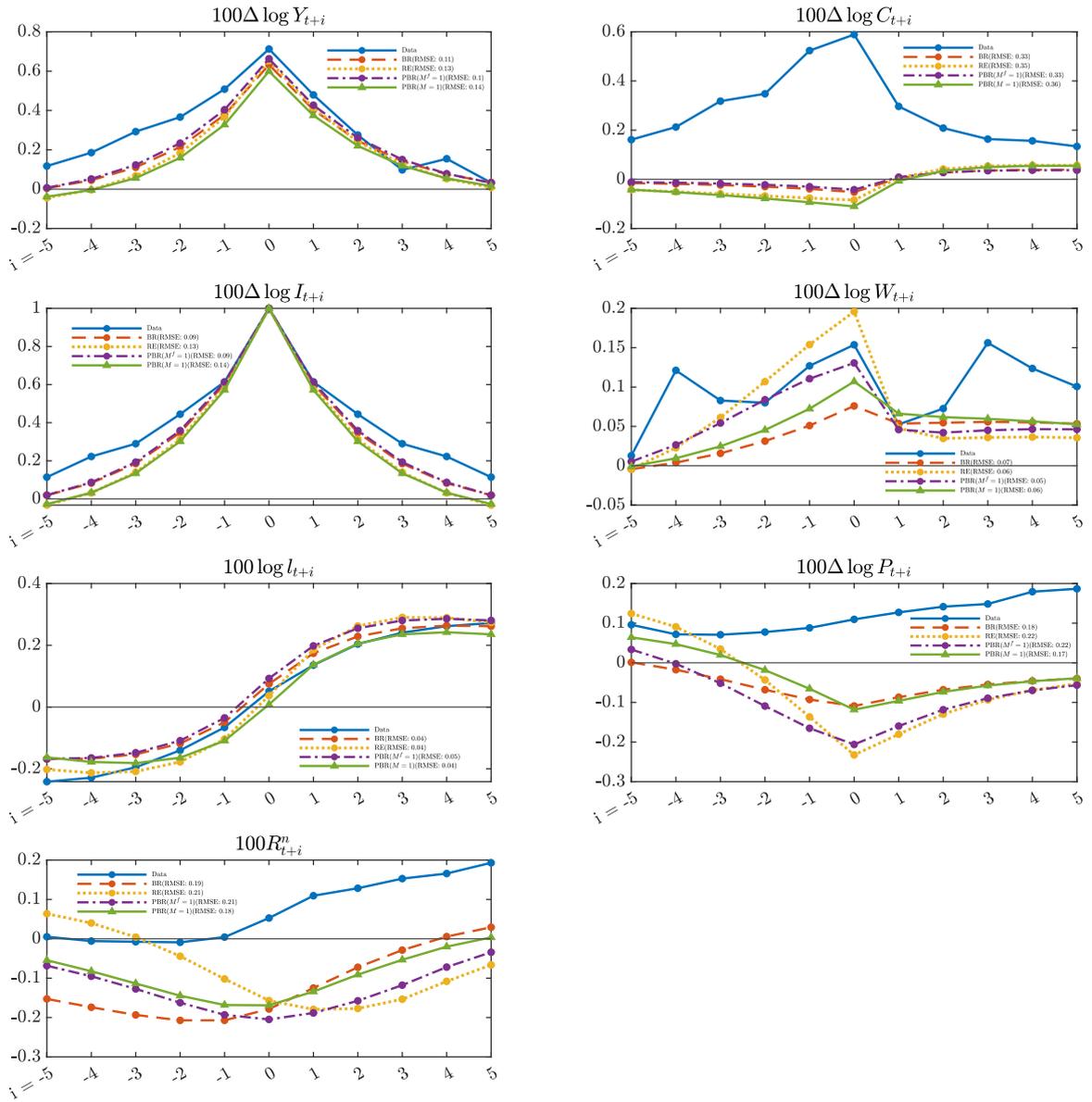


図 21 実質投資成長率  $100\Delta \log I_t$  との相関係数と RMSE(米国)

(注) 縦軸は時差相関、横軸はラグを表している。RMSE については 4.2 節を参照されたい。

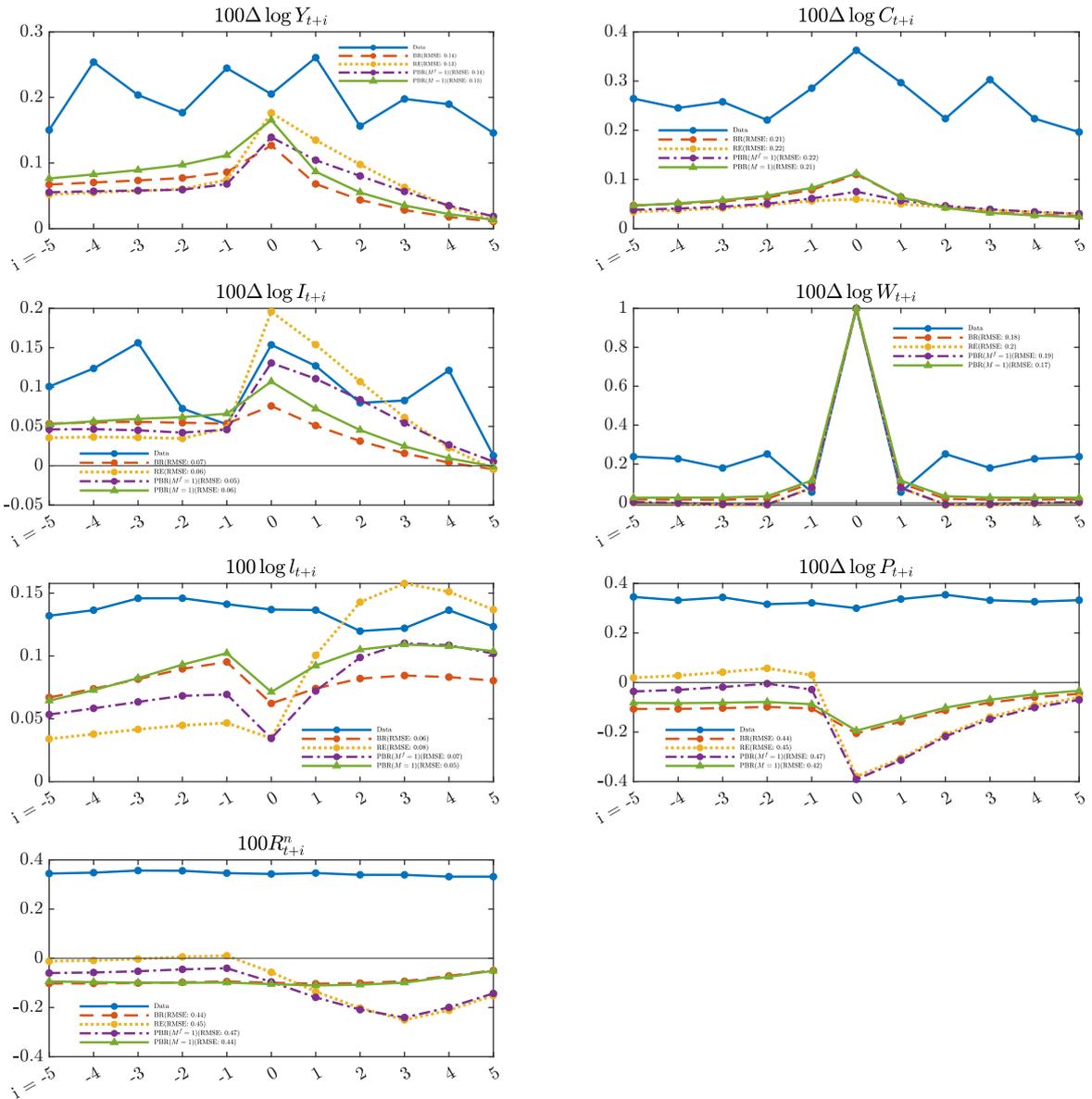


図 22 実質賃金成長率  $100\Delta \log W_t$  との相関係数と RMSE(米国)

(注) 縦軸は時差相関、横軸はラグを表している。RMSE については 4.2 節を参照されたい。

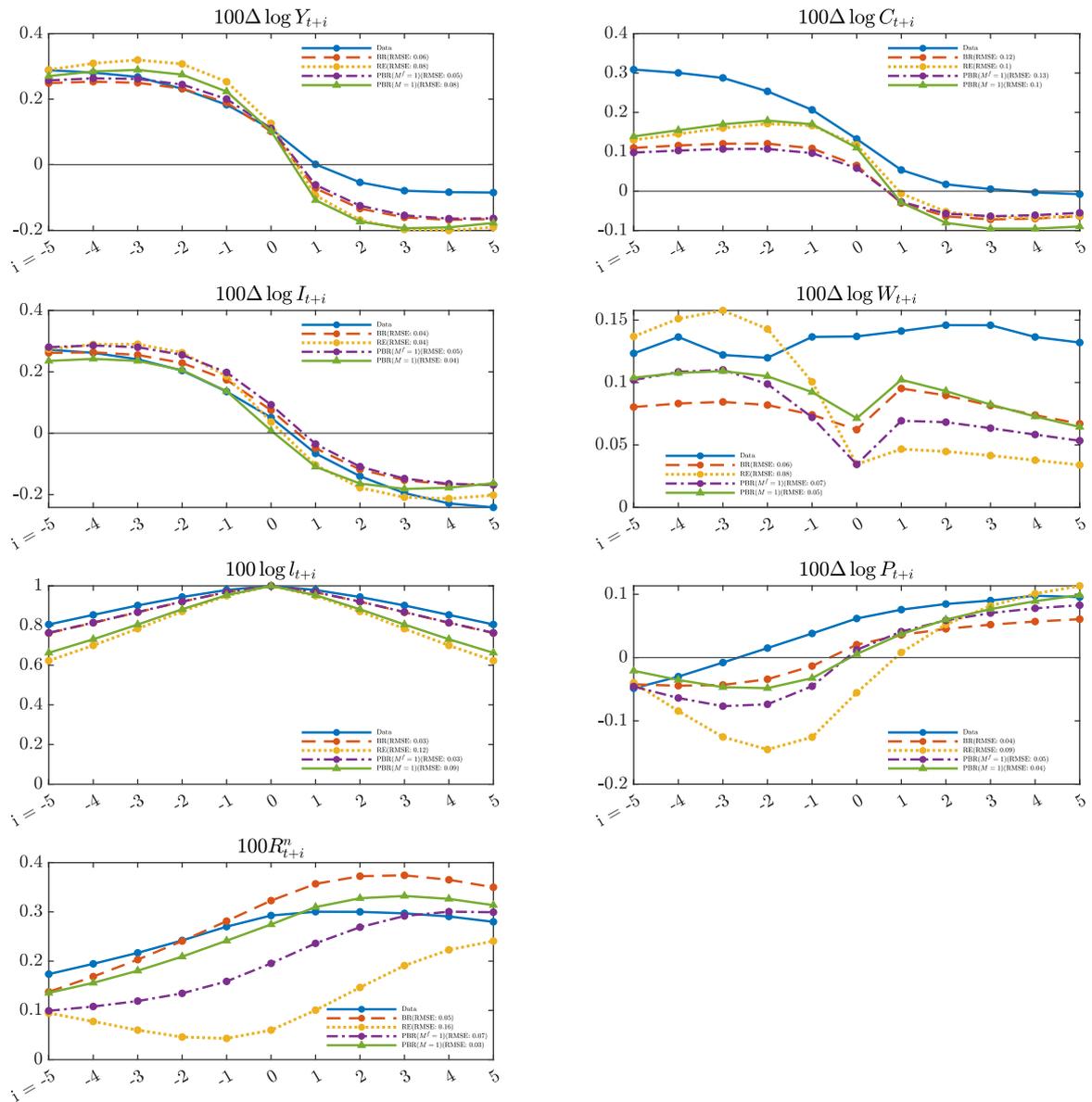


図 23 労働時間  $100 \log l_t$  との相関係数と RMSE(米国)

(注) 縦軸は時差相関、横軸はラグを表している。RMSE については 4.2 節を参照されたい。

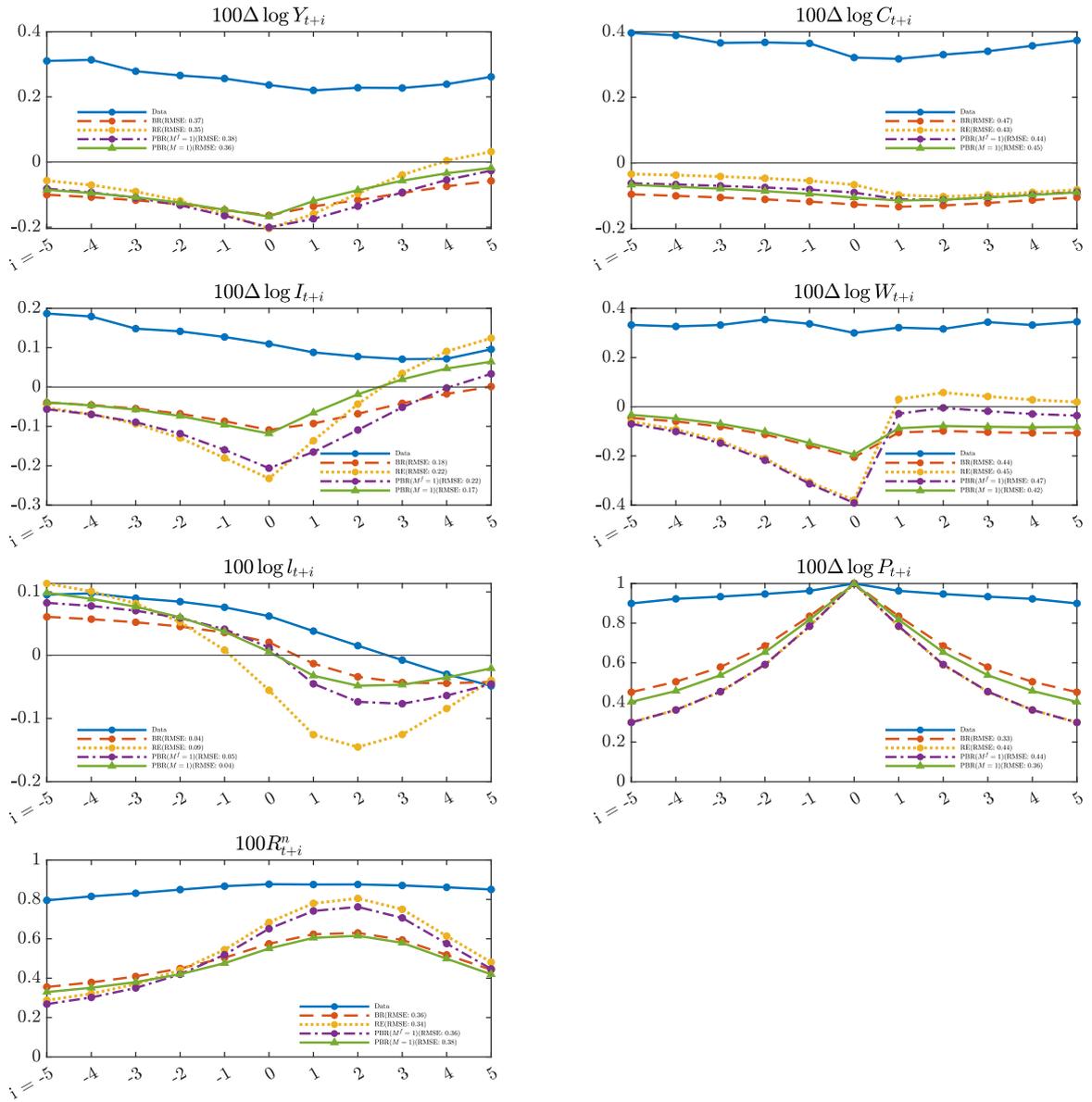


図 24 物価上昇率  $100\Delta \log P_t$  との相関係数と RMSE(米国)

(注) 縦軸は時差相関、横軸はラグを表している。RMSE については 4.2 節を参照されたい。

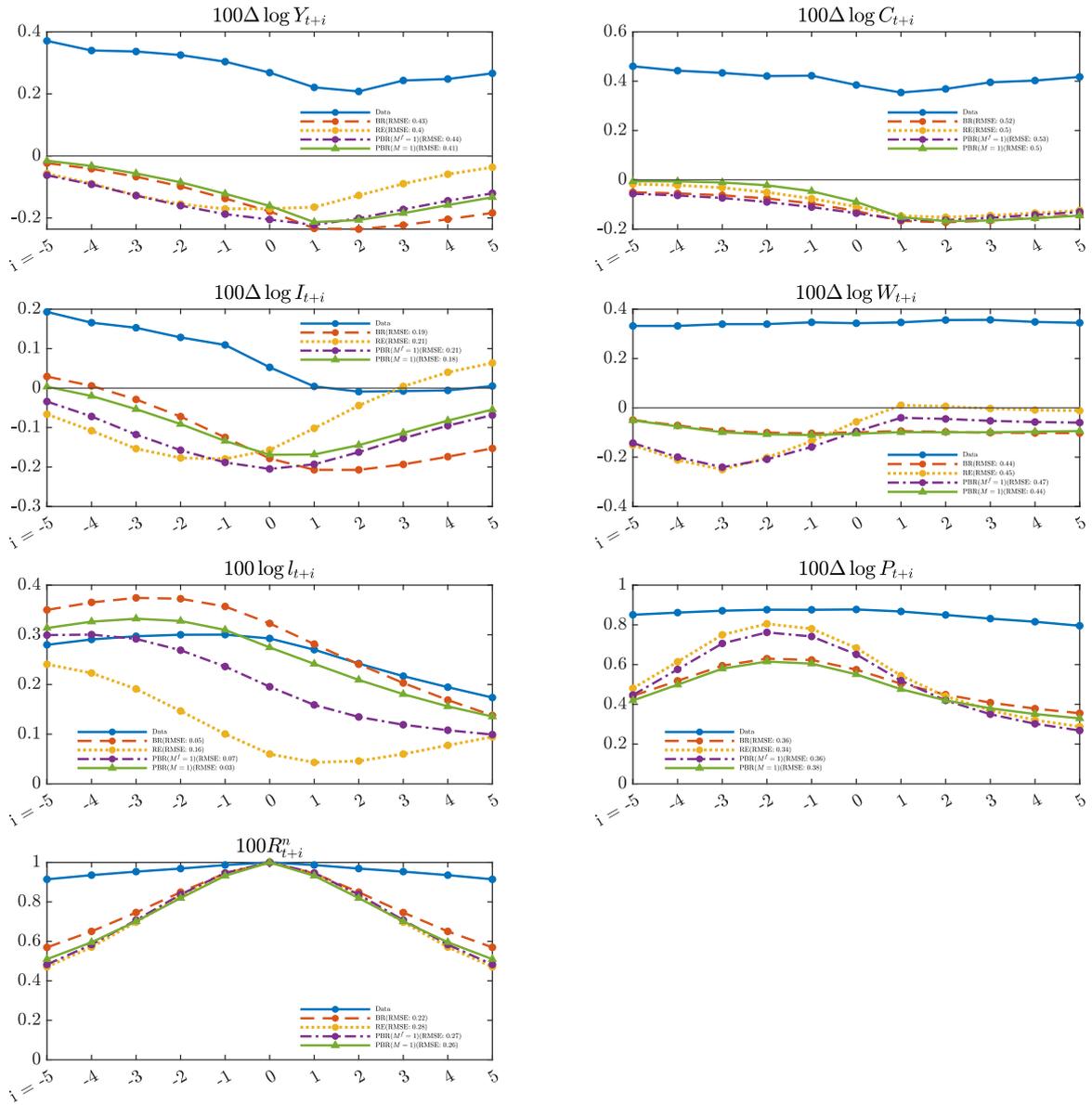


図 25 名目短期金利  $100R_t^n$  との相関係数と RMSE(米国)

(注) 縦軸は時差相関、横軸はラグを表している。RMSE については 4.2 節を参照されたい。

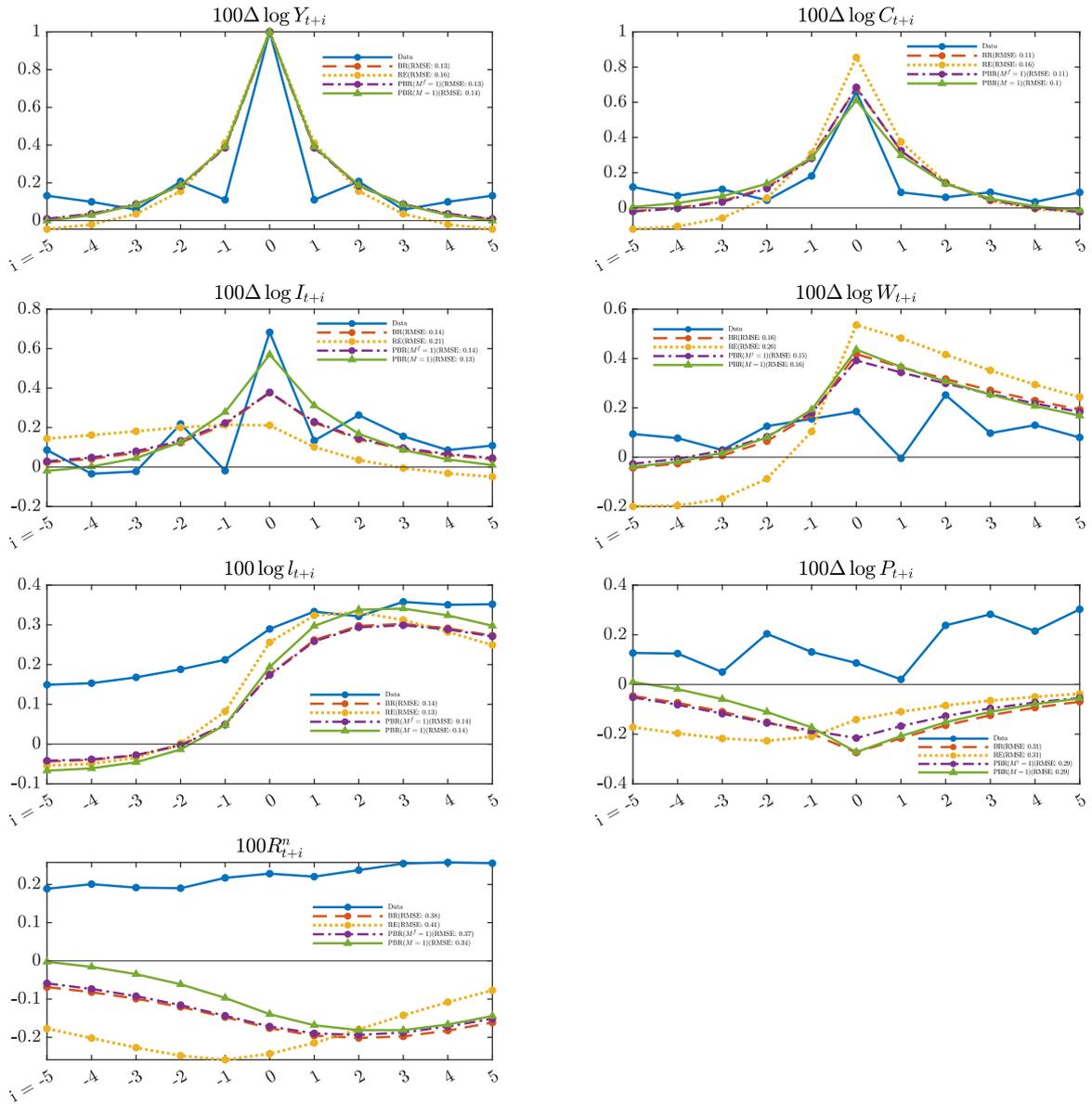


図 26 実質 GDP 成長率  $100\Delta \log Y_t$  との相関係数と RMSE(日本)

(注) 縦軸は時差相関、横軸はラグを表している。RMSE については 4.2 節を参照されたい。

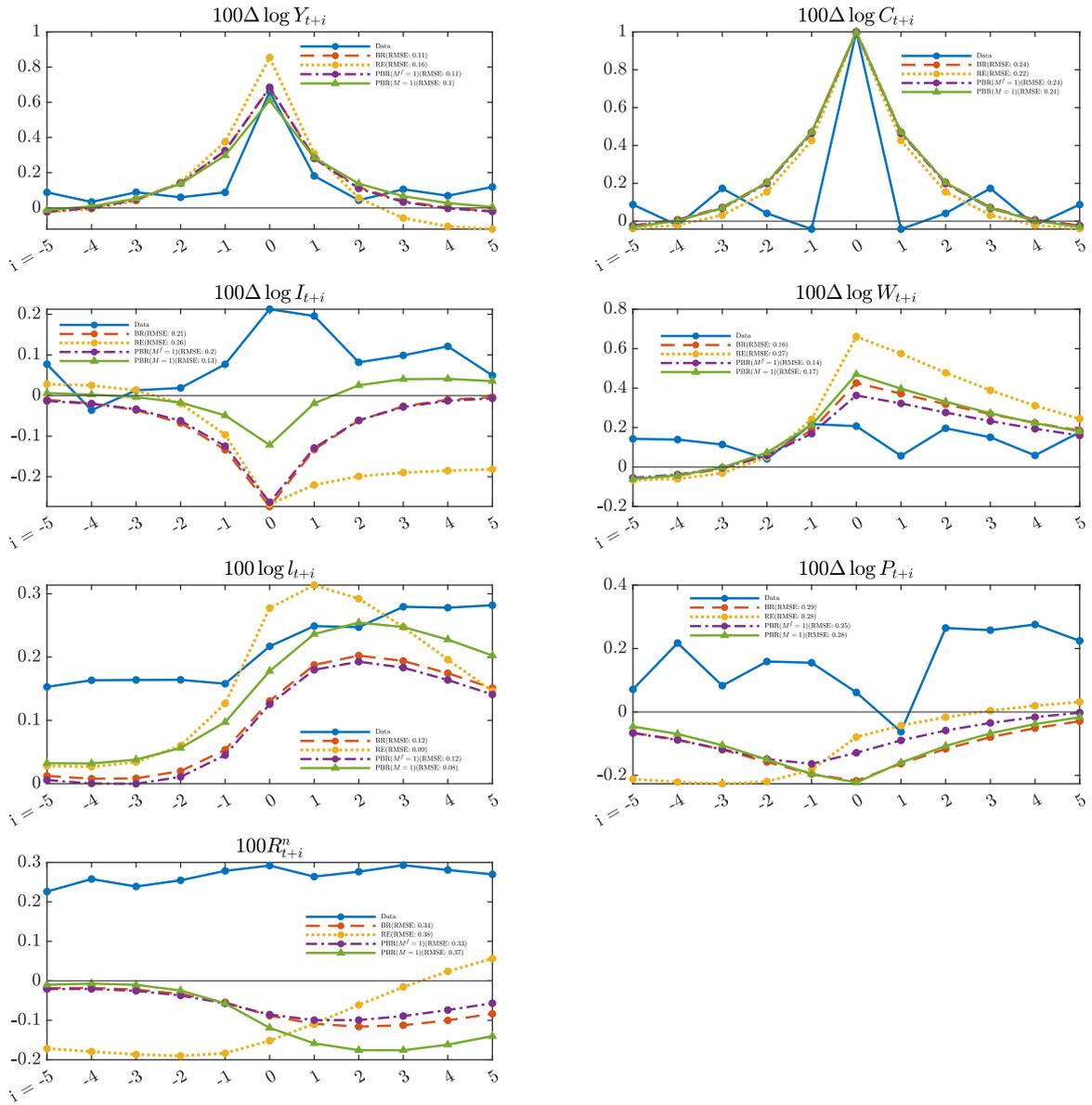


図 27 実質消費成長率  $100\Delta \log C_t$  との相関係数と RMSE(日本)

(注) 縦軸は時差相関、横軸はラグを表している。RMSE については 4.2 節を参照されたい。

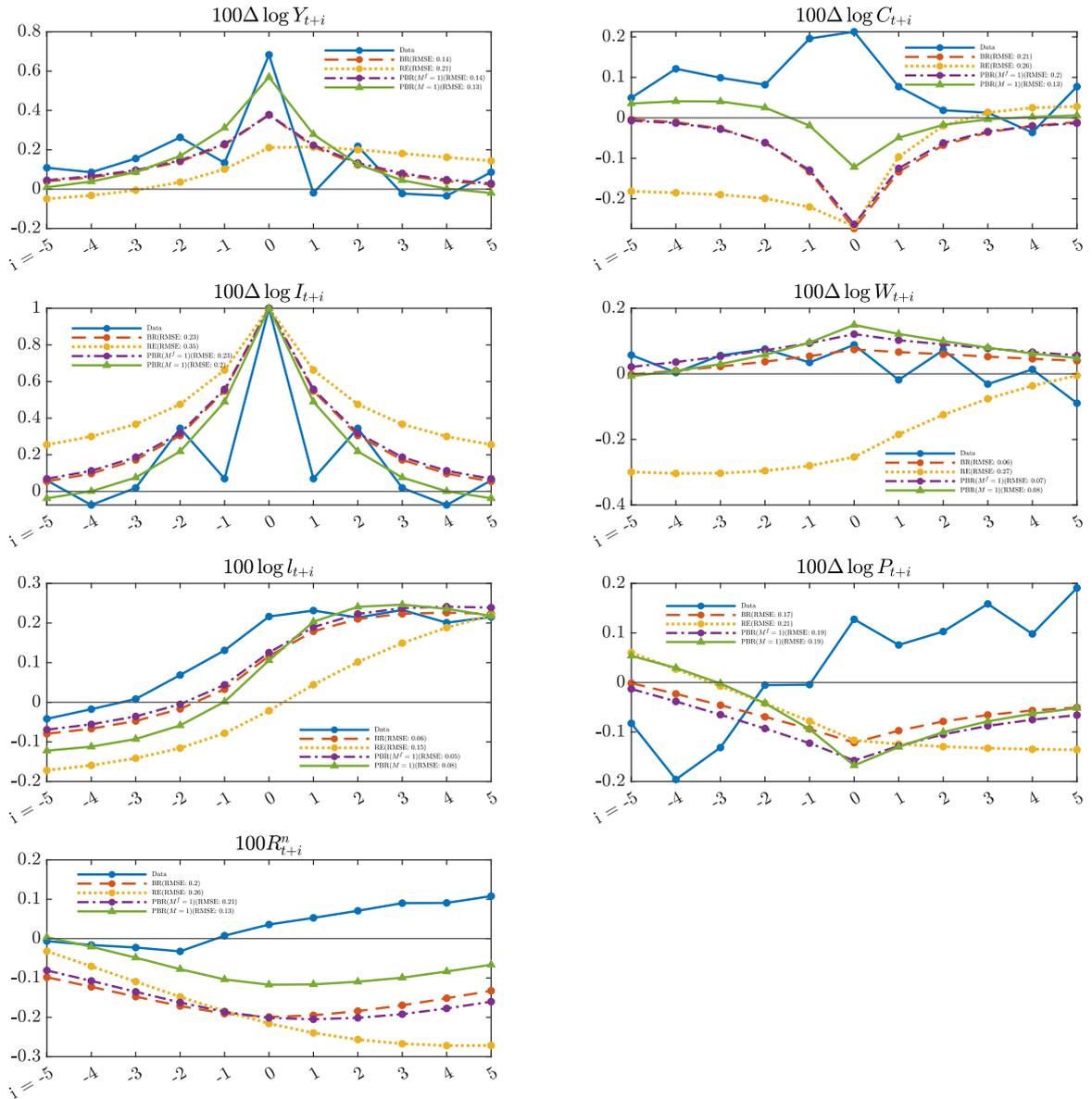


図 28 実質投資成長率  $100\Delta \log I_t$  との相関係数と RMSE(日本)

(注) 縦軸は時差相関、横軸はラグを表している。RMSE については 4.2 節を参照されたい。

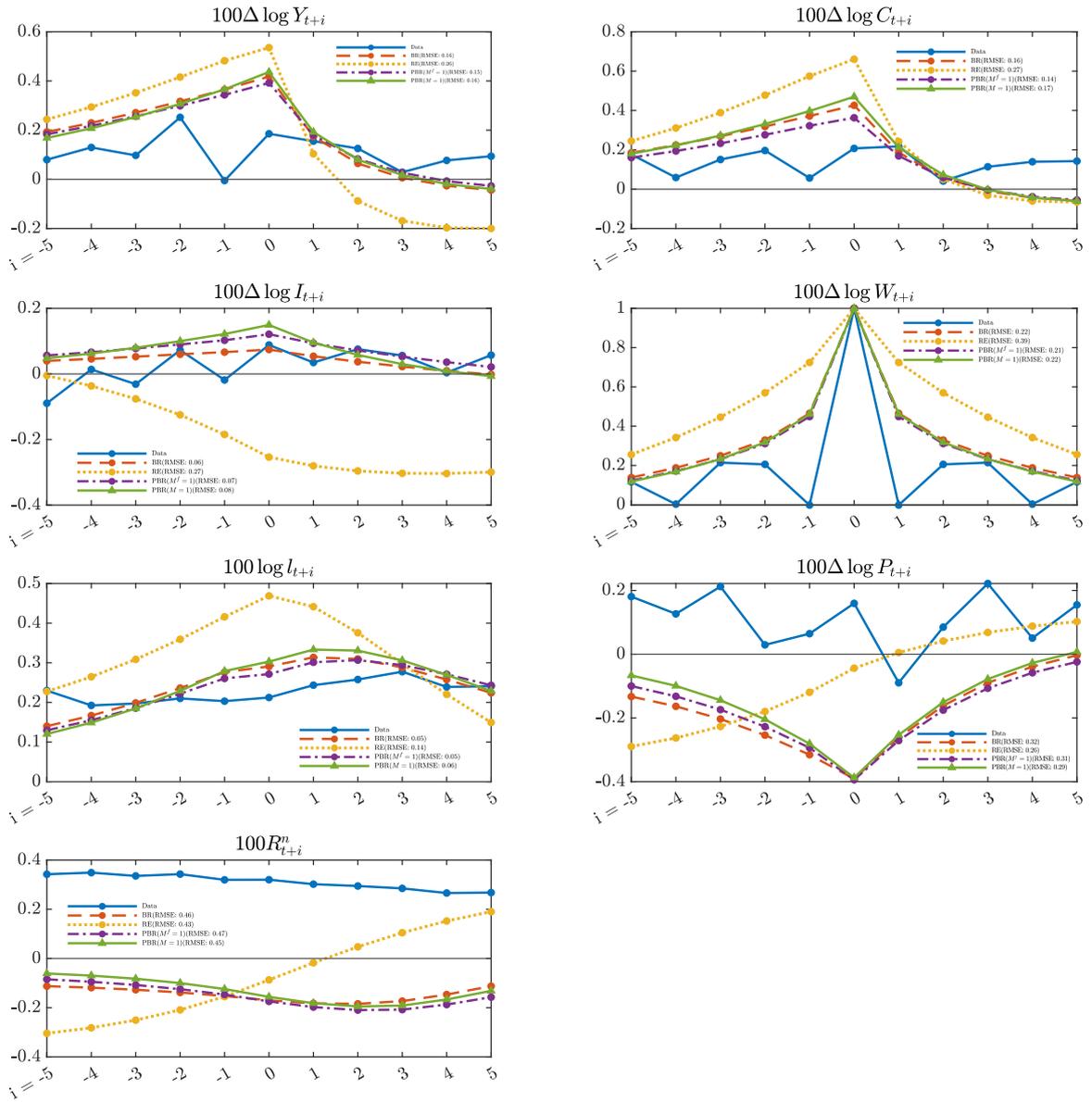


図 29 実質賃金成長率  $100\Delta \log W_t$  との相関係数と RMSE(日本)

(注) 縦軸は時差相関、横軸はラグを表している。RMSE については 4.2 節を参照されたい。

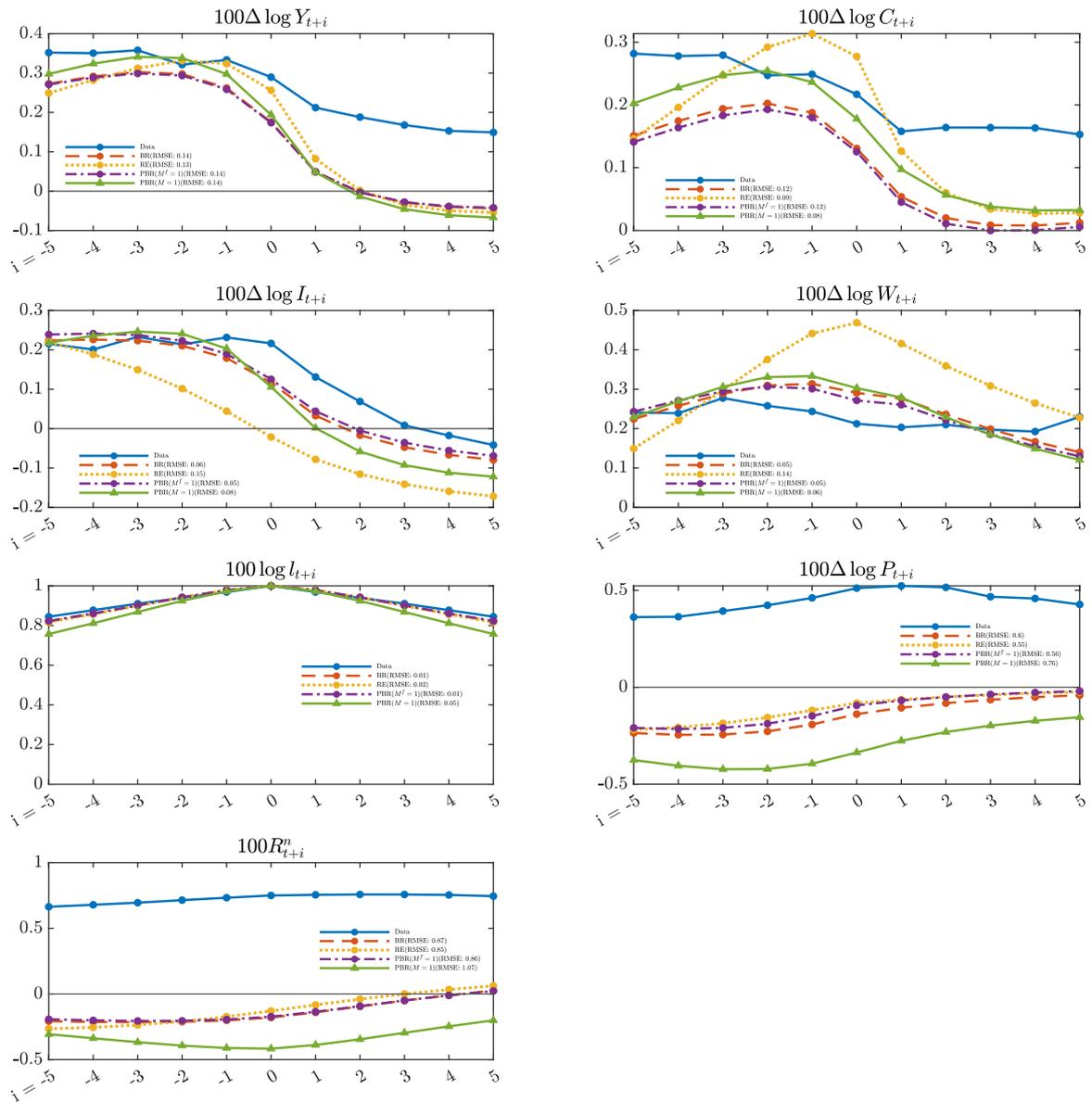


図 30 労働時間  $100 \log l_t$  との相関係数と RMSE(日本)

(注) 縦軸は時差相関、横軸はラグを表している。RMSE については 4.2 節を参照されたい。

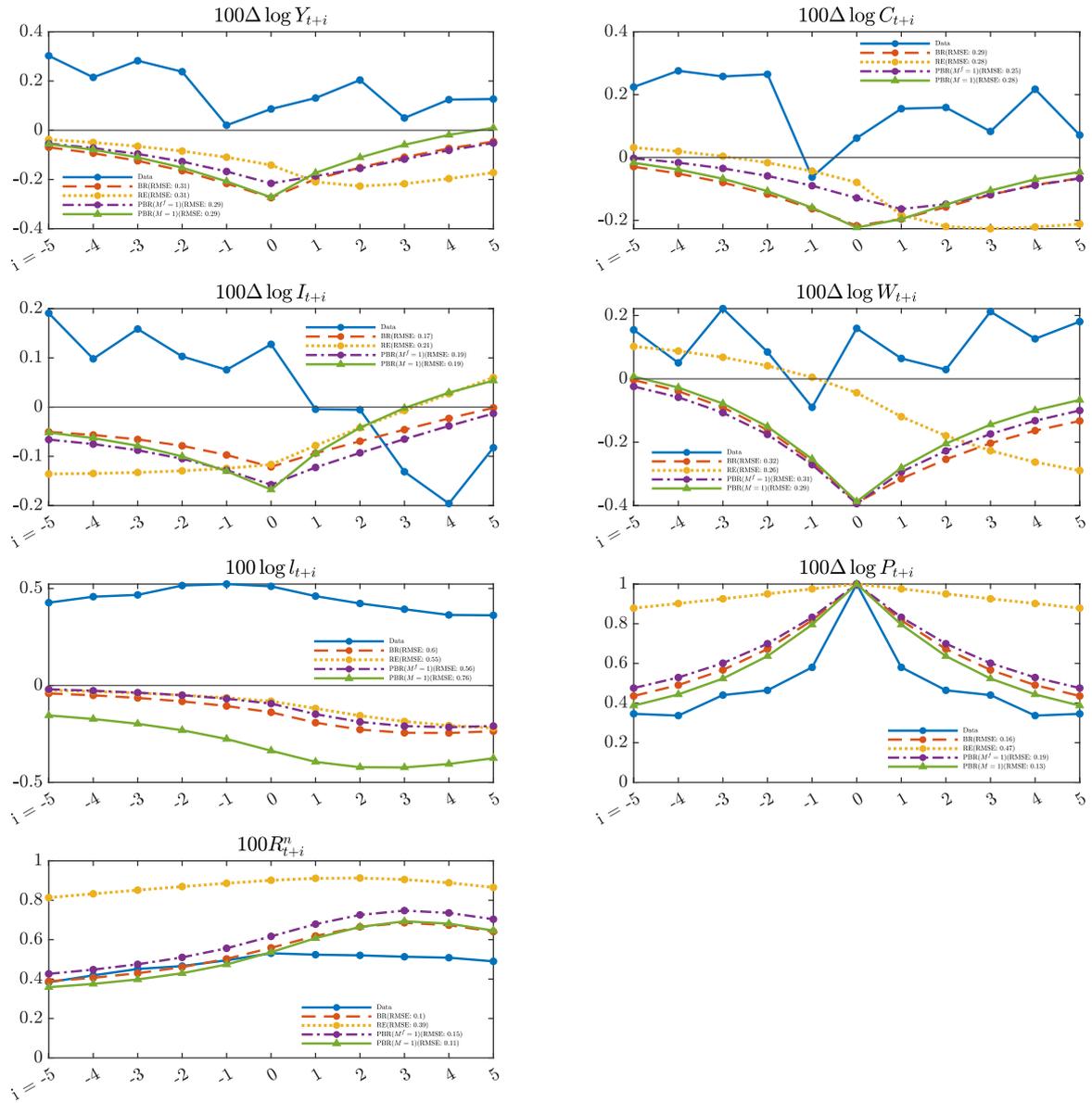


図 31 物価上昇率  $100\Delta \log P_t$  との相関係数と RMSE(日本)

(注) 縦軸は時差相関、横軸はラグを表している。RMSE については 4.2 節を参照されたい。

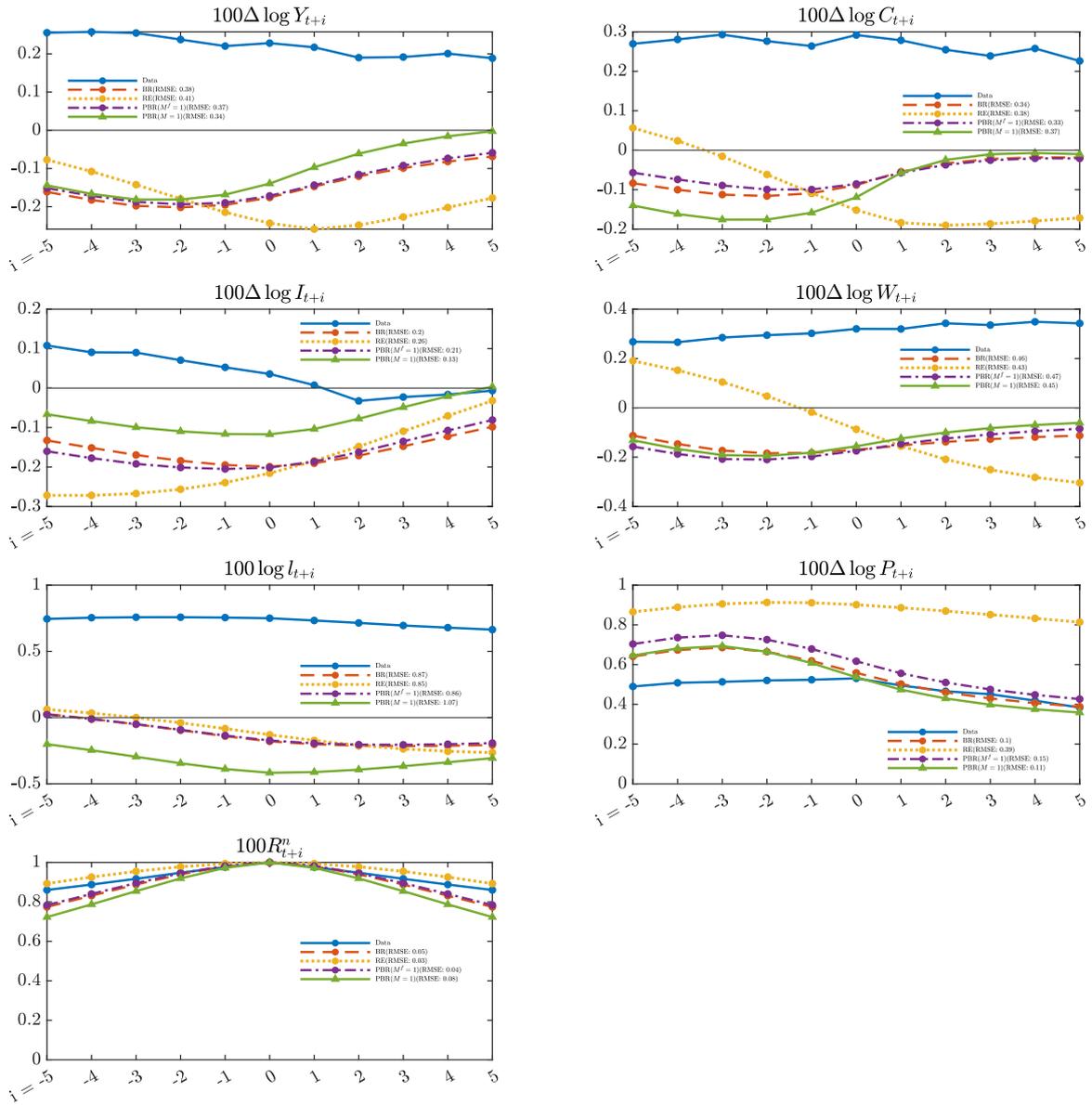


図 32 名目短期金利  $100R_t^n$  との時差相関と RMSE(日本)

(注) 縦軸は時差相関、横軸はラグを表している。RMSE については 4.2 節を参照されたい。

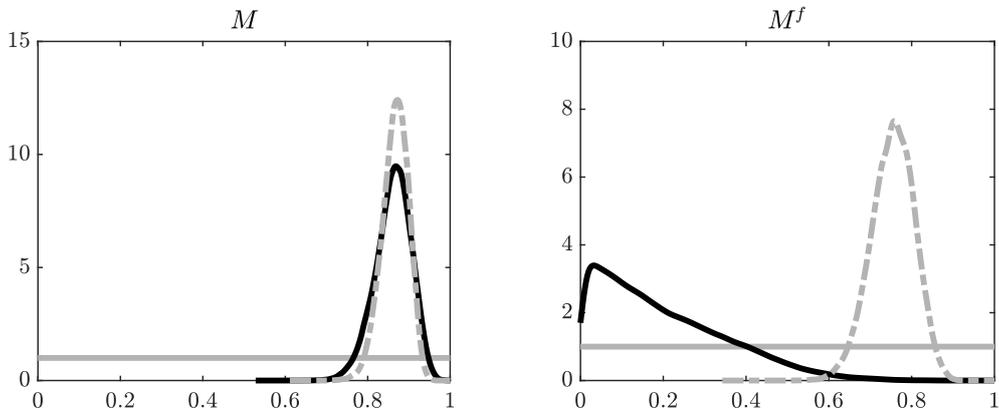


図 33 BR パラメータの事前分布と事後分布 (米国、RC)

(注) 灰色の実線が事前分布、灰色の一点鎖線が BR で推定された事後分布、黒色の実線が RC で推定された事後分布を表す。縦軸は確率密度、横軸はパラメータの値を示している。

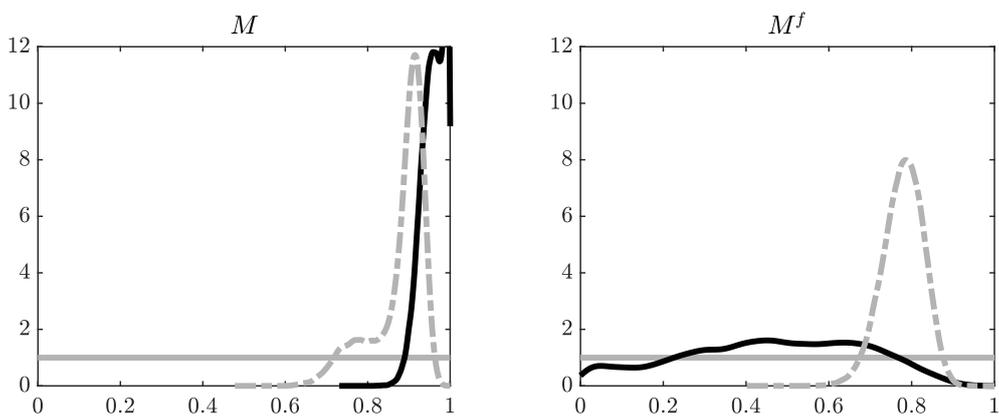


図 34 BR パラメータの事前分布と事後分布 (日本、RC)

(注) 灰色の実線が事前分布、灰色の一点鎖線が BR で推定された事後分布、黒色の実線が RC で推定された事後分布を表す。縦軸は確率密度、横軸はパラメータの値を示している。

## 付録 C 対数線形近似

本稿第 2 節で構築し、対数線形化された Behavioral Medium-Scale New Keynesian Model の方程式体系を示す。

消費の限界効用：

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{\theta}{z}\right) \left(1 - \frac{\beta\theta}{z^\sigma}\right) \tilde{\lambda}_t &= -\sigma \left\{ \tilde{c}_t - \frac{\theta}{z} (\tilde{c}_{t-1} - z_t^z) \right\} \\ &+ \left(1 - \frac{\theta}{z}\right) z_t^b + \frac{\beta\theta M}{z^\sigma} \left[ \sigma \left\{ E_t \tilde{c}_{t+1} + E_t z_{t+1}^z - \frac{\theta}{z} \tilde{c}_t \right\} - \left(1 - \frac{\theta}{z}\right) E_t z_{t+1}^b \right] \end{aligned}$$

オイラー方程式：

$$M \tilde{\lambda}_t = M E_t \tilde{\lambda}_{t+1} - \sigma M E_t z_{t+1}^z + \tilde{R}_t^n - E_t \tilde{\pi}_{t+1}$$

賃金関数：

$$\begin{aligned} \tilde{w}_t - \tilde{w}_{t-1} + \tilde{\pi}_t - \gamma_w \tilde{\pi}_{t-1} + z_t^z &= \beta M z^{1-\sigma} (E_t \tilde{w}_{t+1} - \tilde{w}_t + E_t \tilde{\pi}_{t+1} - \gamma_w \tilde{\pi}_t + E_t z_{t+1}^z) \\ &+ \frac{1 - \xi_w}{\xi_w} \frac{(1 - \beta \xi_w M z^{1-\sigma}) \lambda^w}{\lambda^w + \chi (1 + \lambda^w)} (\chi \tilde{l}_t - \tilde{\lambda}_t - \tilde{w}_t + z_t^b) + z_t^w \end{aligned}$$

資本ストック遷移式：

$$\tilde{k}_t = \frac{1 - \delta}{z} (\tilde{k}_{t-1} - z_t^z) - \frac{R^k}{z} \tilde{u}_t + \left(1 - \frac{1 - \delta}{z}\right) \tilde{i}_t$$

投資関数：

$$\tilde{q}_t = \frac{1}{\zeta} \{ \tilde{i}_t - \tilde{i}_{t-1} + z_t^z + z_t^i \} - \frac{\beta M z^{1-\sigma}}{\zeta} \{ E_t \tilde{i}_{t+1} - \tilde{i}_t + E_t z_{t+1}^z + E_t z_{t+1}^i \}$$

資本稼働率関数：

$$\tilde{u}_t = \mu (\tilde{R}_t^k - \tilde{q}_t)$$

トービンの  $q$ ：

$$\tilde{q}_t = M E_t \tilde{\lambda}_{t+1} - M \tilde{\lambda}_t - \sigma M E_t z_{t+1}^z + \frac{\beta M}{z^\sigma} \left\{ R^k E_t \tilde{R}_{t+1}^k + (1 - \delta) E_t \tilde{q}_{t+1} \right\}$$

最終財の資源制約：

$$\tilde{y}_t = \frac{c}{y} \tilde{c}_t + \frac{i}{y} \tilde{i}_t + \frac{g}{y} z_t^g$$

限界費用：

$$\widetilde{mc}_t = (1 - \alpha) \widetilde{w}_t + \alpha \widetilde{R}_t^k$$

費用最小化条件：

$$\widetilde{u}_t + \widetilde{k}_{t-1} - \widetilde{l}_t - z_t^z = \widetilde{w}_t - \widetilde{R}_t^k$$

生産関数：

$$\widetilde{y}_t = (1 + \phi) \left\{ (1 - \alpha) \widetilde{l}_t + \alpha (\widetilde{u}_t + \widetilde{k}_{t-1} - z_t^z) \right\}$$

ニューケインジアン・フィリップス・カーブ：

$$\widetilde{\pi}_t - \gamma_p \widetilde{\pi}_{t-1} = \beta M^f z^{1-\sigma} (E_t \widetilde{\pi}_{t+1} - \gamma_p \widetilde{\pi}_t) + \frac{(1 - \xi_p) (1 - \beta \xi_p M^f z^{1-\sigma})}{\xi_p} \widetilde{mc}_t + z_t^p$$

金融政策ルール：

$$\widetilde{R}_t^n = \phi_r \widetilde{R}_{t-1}^n + (1 - \phi_r) \left\{ \phi_\pi \left( \frac{1}{4} \sum_{j=0}^3 \widetilde{\pi}_{t-j} \right) + \phi_y (\widetilde{y}_t - \widetilde{y}_t^*) \right\} + z_t^r$$

潜在生産量：

$$\widetilde{y}_t^* = -\alpha (1 + \phi) z_t^z$$

技術ショック：

$$z_t^z = \rho_z z_{t-1}^z + \varepsilon_t^z$$

選好ショック：

$$z_t^b = \rho_b z_{t-1}^b + \varepsilon_t^b$$

賃金ショック：

$$z_t^w = \rho_w z_{t-1}^w + \varepsilon_t^w$$

外生需要ショック：

$$z_t^g = \rho_g z_{t-1}^g + \varepsilon_t^g$$

投資の調整費用ショック：

$$z_t^i = \rho_i z_{t-1}^i + \varepsilon_t^i$$

価格マークアップショック：

$$z_t^p = \rho_p z_{t-1}^p + \varepsilon_t^p$$

金融政策ショック：

$$z_t^r = \rho_r z_{t-1}^r + \varepsilon_t^r$$