

債務危機懸念のインフレ率への影響 —線形 DSGE モデルを用いた分析—*

廣瀬康生研究会 9 期生

河本紘伸†

2023 年 1 月 26 日

概要

日本の普通国債残高は、累増の一途をたどり、2022 年度末には 1026 兆円に上ると見込まれている。この金額は日本の名目 GDP の 2 倍を超えており、主要先進国の中で最も高い水準にある。このような高い国債残高は債務危機を引き起こす可能性がある。本稿では、Kobayashi and Ueda(2022) の債務危機懸念により発生する長期停滞のほとんどが、政府債務の増加に伴う将来の債務危機における資本課税と資本の誤配分に対する恐れの高まりによって説明できるという先行研究に基づき、債務危機懸念を資本課税と投資の限界効率性に対するニュースショックによって表現した。先行研究では非線形の DSGE モデルを用いて分析していたためインフレ率を明示的に分析できないのに対し、本稿では線形の DSGE モデルを用い分析したためインフレ率に与える影響が明らかになった。

投資の限界効率性への負のニュースショックは、将来の投資の限界効率性が減少することを予期し足元から投資を減少させ、資本と資本稼働率を減少させ、賃金を減少させる。投資の限界効率性のニュースショックはこれらの動きを通し、インフレ率を押し下げる方向に働く。一方で資本課税ショックへの正（増税）のニュースショックの場合、将来の限界費用の増加を予期し、足元から資本、労働ともに減少させるため、インフレ率を押し上げる働きがある。投資の限界効率性ショックの負のニュースショックと資本課税の正のニュースショックを同時に与える場合、資本課税の増税のニュースショックのインフレ率を押し上げる力が、投資の効率性ショックのニュースショックのインフレ率を押し下げる力に勝り、インフレ率は上昇する。また、ニュースショックが起きる期と同じ期に同じ大きさの符号が反対のショックを与え、債務危機が起きなかったときを仮定し、そこから来期ショックが起きると予測したときの経済について分析した。するとよりインフレ率を大きく押し上げることが分かった。以上の分析結果から、債務危機懸念はインフレ率を結果的に押し上げる方向に働くことが分かった。

* 本稿は 2022 年度卒業論文として執筆したものである。本稿の作成にあたっては、廣瀬康生氏（慶應義塾大学）、研究会同期、後輩をはじめ多くの方々から有益かつ熱心なコメントを頂戴した。ここに記して感謝の意を表したい。しかしながら、本稿にあり得る誤り、主張の一切の責任はいうまでもなく筆者に帰するものである。

† 慶應義塾大学経済学部 4 年

目次

1	初めに	2
2	モデル	6
2.1	家計	6
2.2	中間財企業	8
2.3	最終財企業	10
2.4	中央銀行	10
2.5	構造ショック（ニュースショック）	11
2.6	対数線形近似およびシミュレーション分析	11
3	シミュレーション分析	12
3.1	シミュレーション方法	12
3.2	パラメータの設定	13
3.3	投資の限界効率性ショックへのニュースショック	14
3.4	資本課税ショックへのニュースショック	16
3.5	投資の限界効率性ショックへのニュースショック＋資本課税ショックへの ニュースショック	19
3.6	頑健性テスト	21
4	結びに代えて	22
	参考文献	23
	Appendix	26

1 初めに

日本の普通国債残高は、増加の一途をたどっている。図1は、普通国債残高の累計をグラフにしたもので、日本の普通国債残高の推移を表している。1965年に戦後初の特別国債が発行されてから現在に至るまで恒常的に発行が繰り返され、1994年以降は毎年度発行されており、2022年度末には1026兆円に上ると見込まれている。普通国債残高は2019年度には887兆円だったが、コロナ禍で補正予算を大幅に増額したために2020年末には920兆円にまで増加した。

普通国債残高の累増

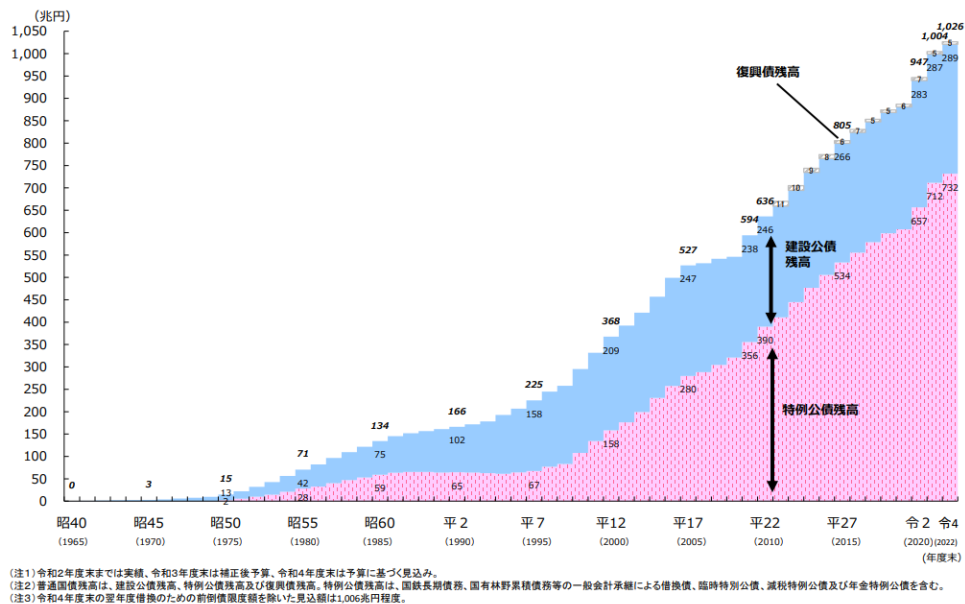


図1 普通国債残高の累増

出典：財務省 財政に関する資料

これを外国と比較しているのが図2である。図2は財務省の「わが国税制・財政の現状全般に関する資料」にある債務残高の対GDP比の国際比較である。日本の債務残高の対GDP比は2021年で256.9%であり、イタリアの154.8%、アメリカの133.3%、フランスの115.8%、カナダの109.9%、イギリスの108.5%、ドイツの72.5%と比べ突出して高いことがわかる。

債務残高の国際比較(対GDP比)

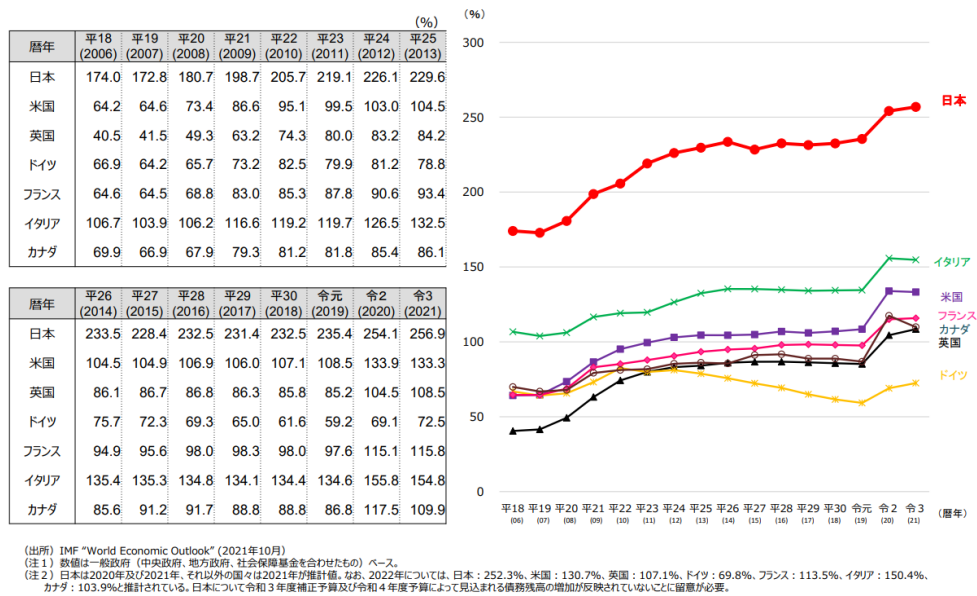


図2 財政収支の国際比較(対GDP比)

出典:財務省 財政に関する資料

このような高い国債残高は債務危機を引き起こす可能性がある。図3は主要格付け会社による日本国債格付けの推移である。日本国債の格付けはJCRによる格付けでは変化しないもののMoody's、S&P、Fitch、R&Iのいずれの格付け会社による格付けで評価を下げており、国際的にみても日本国債の信頼は失われつつあることがわかる。日本の債務危機の確率は森川(2016)によって研究されており2030年までの間に日本の財政が破綻する確率について消費者の約24%、企業経営者の約27%が発生すると考えていると調査されている。内閣府の行う「国民生活に関する世論調査」の政府に対する要望の項目では、22.4%が財政健全化の推進を要望している。

主要格付け会社による日本国債格付けの推移

(自国通貨建長期債務 令和4年4月28日現在)

	Moody's	S&P	Fitch	R&I	JCR
	H10.11.17 Aaa	H13.2.22 AAA	H12.6.29 AAA	H23.12.21 AAA	H12.10.31 AAA
	H12.9.8 Aa1	H13.11.27 AA+	H13.11.26 AA+	AA+	AA+
	H13.12.4 Aa2	H14.4.15 AA	H14.11.21 AA	AA	AA
	H21.5.18 Aa3	H19.4.22 AA	H23.1.27 AA-	AA-	AA-
	H20.6.30 A1	H27.8.16 A+	H24.5.22 A+	A+	A+
	H14.5.31 A2	H19.10.11 A	H27.4.27 A	A	A
	A3	A-	A-	A-	A-
	Baa1	BBB+	BBB+	BBB+	BBB+
	Baa2	BBB	BBB	BBB	BBB
	Baa3	BBB-	BBB-	BBB-	BBB-
【見通し】	安定的(H26.12.1)	安定的(R2.6.9)	安定的(R4.3.25)	安定的(H30.8.30)	安定的(H30.8.9)

図3

出典：財務省 債務管理レポート 2022 主要格付け会社による日本国債格付けの推移

インフレ率の上昇は政府債務を軽減させる方法のひとつとして多くの国で実施されてきた背景がある。しかし、現在、多くの先進国では、何年にもわたる緩和的な金融政策にもかかわらず、インフレ率は低いままであり、経済成長も低水準であるため、GDP に対する債務比率は継続的に高まっている。Irving Fisher によってデフレが財政難を引き起こし、財政難がデフレを悪化させるという債務デフレーション (debt-deflation) という言葉が作られてから現在までインフレ率と政府債務についての分析は多く行われている。Goetz(2005) では、エージェントの消費形成において準備金や資本要件が拘束的であったり、経済が非対称な情報や摩擦にさらされていたりするモデルの場合には債務デフレーションが起きるが、このような要因を考慮しない場合直接的にデフレーションをもたらさないことを示している。Fukunaga et al.(2019) では 19 の先進国において DSGE モデルを用いてインフレ率に 1 % のショックが加わると、債務対 GDP 比が約 0.5~1 % 低下することを示し、インフレ率が上昇しても、多くの先進国で公的債務負担をわずかにしか削減できないことを示唆した。また、Cochrane(2011) および Davig et al(2011) は、高水準の公的債務がインフレの上昇につながる可能性があるという理論的可能性を示しており、これは本稿の結論と合致する。

本稿では、インフレ率の上昇とともに経済の停滞も確認され、これは先行研究にみられる非ケインズ効果と一致している。Perotti (1999) は、政府債務が大きい場合、政府債務の増加が消費に収縮効果をもたらすことを示しており、Alesina and Perotti (1996) 及び Alesina and Ardagna (1998) は、政府の歳出削減が増税よりも経済の改善に長期的な影響を与えることを示している。これらの論文で示されている非ケインズ効果と同様に、政府債務の増加が経済を縮小させると考えている。Aguiar, Amador and Gopinath (2009) および Aguiar and Amador (2011) では、政府がデフォルト時に投資収益に税金を課すという期待は、デフォルトが発生する前に資本形成を弱めることが確認されており、Bocola (2016) は、銀行は国債と非金融会社へのローンを保有しているため、ソブリンのデフォルトへの恐れは銀行の資金調達を厳しくし、銀行ローンのリターンの要求を増やし、デフォルトの前の資本形成を弱める。Kobayashi and Ueda(2022) は、政府債務の蓄積による債務危機の発生リスク増加を組み込んだディザスターモデルを用いて、国債残高の増加が債務危機の発生確率を増価させ、日本の長期停滞と低金利を招いたことを示した。しかしながら非線形のモデルを用いているためにインフレ率への影響を直感的に把握することは難しい。そこで本稿では線型 DSGE モデルを用いて分析を行い、日本の債務危機懸念がインフレ率に与える影響についてシミュレーション分析を行った。

2 モデル

本稿のモデルは、廣瀬 (2012) の中規模型ニューケインジアンモデルを基として、税制に関する三つの構造ショックを導入し、そこに投資の限界効率性ショックと資本課税ショックのニュースショックを加えた。廣瀬 (2012) のモデルは、Smets and Wouters(2007) のモデルを改良したもので、価格や賃金の硬直性や粘着性、消費の習慣形成、投資や資本稼働率についての調整コストに加え、均斉成長トレンドと追加的な構造ショックを導入することによって現実のマクロデータの説明力を高める工夫がなされている。伝統的な経済学において、家計、政府、企業の三主体があるが、本モデルでは、経済主体として家計と中間財企業および最終財企業の二種類の企業、そして金融政策を行う主体として中央銀行を想定する。また、先行研究では債務危機懸念と経済の低成長はディザスターモデルを応用したモデルを用いて研究されており非線形のモデルである。一方で本稿のモデルは線形モデルを用いて分析しているため名目の値であるインフレ率を明示的に表現できる。

2.1 家計

家計 $h \in [0, 1]$ は消費財 $C_t(h)$ 、投資財 $I_t(h)$ 、国債 $B_t(h)$ を購入し、それぞれの家計算において差別化された労働 $l_t(h)$ を中間財企業に提供する。よって、家計の効用関数は以下のようになる。

$$E_0 \sum_{k=0}^{\infty} \beta^k \left\{ \frac{(C_t - \theta C_{t-1}(h))^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{Z_t^{1-\sigma} l_t h^{1+\chi}}{1+\chi} \right\}$$

ここで、 E_t は期待オペレータ、 $\beta \in (0, 1)$ は主観的割引率、 $\sigma > 0$ は異時点間代替の弾力性の逆数、 $\theta \in (0, 1)$ は消費者の習慣形成の量、 $\chi > 0$ は労働供給の弾力性の逆数、 $\zeta > 0$ は民間消費と政府消費の代替の弾力性を表現してる。また、モデルが均斉成長制約を満たすために、労働の不効用に関する項に均斉成長を規定する技術基準である Z_t を乗じている。

家計の予算制約式は以下のようになる。

$$\begin{aligned} & (1 + \tau_t^c)C_t(h) + I_t(h) + \frac{B_t(h)}{P_t} \\ & = (1 - \tau_t^w)W_t(h)l_t(h) + (1 - \tau_t^k) (R_t^k u_t(h)K_{t-1}(h) + D_t(h)) + R_{t-1}^n \frac{B_{t-1}^n(h)}{P_t} + T_t(h) \end{aligned}$$

ここで、 P_t は物価水準、 W_t は実質賃金、 R_t^n は名目粗利率、 R_t^k は資本の実質レンタル料、 $u_t(h)$ は資本稼働率、 $K_{t-1}(h)$ は資本ストック、 $D_t(h)$ は企業による配当、 $T_t(h)$ は政府による一括税や企業からの配当である。また、 $\tau_t^c, \tau_t^w, \tau_t^k$ はそれぞれ消費税率、労働所得税率、資本収益税率である。ここで、資本収益税の課税対象は稼働資本のレンタル料と企業からの配当の

二つの家計の受取額であり、家計が資本ストックと企業を保有している。このとき、家計による投資は資本ストックに蓄積される。その式は以下のようになる。

投資の限界効率性ショックなしの場合

$$\{1 - \delta(u_t(h))\} K_{t-1}(h) + \left\{ 1 - S \left(\frac{I_t(h)}{I_{t-1}(h)z} \right) \right\} I_t(h) - K_t(h)$$

投資の限界効率性ショックありの場合

$$\{1 - \delta(u_t(h))\} K_{t-1}(h) + e^{z_t^i} \left\{ 1 - S \left(\frac{I_t(h)}{I_{t-1}(h)z} \right) \right\} I_t(h) - K_t(h)$$

z_t^i は、廣瀬 (2012) のモデルに加えられた投資の限界効率性ショックである。これは、投資の限界効率性が上昇したと経済主体が考え行動することを表している。また、資本稼働率が高くなるにつれて、資本消耗率 δ は高くなることを仮定しており、関数 $\delta(\cdot)$ は $\delta' > 0$ 、 $\delta'' > 0$ 、 $\delta(u) = \delta \in (0, 1)$ 、 $\mu = \frac{\delta'(u)}{\delta''(u)} > 0$ (u は定常状態における資本稼働率) という性質を持つ。 $S(\cdot)$ は投資の変化に伴う調整コストを表し、 $S(x) = \frac{(x-1)^2}{2\zeta^i}$ (ζ^i はパラメータ) という 2 次の関数形を仮定する。

オイラー方程式

$$\lambda_t = \beta E_t \left[\Lambda_{t+1} \frac{R_t^n}{\pi_{t+1}} \right]$$

投資関数

$$1 = q_t \left\{ 1 - S \left(\frac{I_t}{zI_{t-1}} \right) - S' \left(\frac{I_t}{zI_{t-1}} \right) \frac{I_t}{zI_{t-1}} \right\} e^{z_t^i} \\ + \beta E_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} q_{t+1} S' \left(\frac{I_{t+1}}{I_t z} \right) \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right)^2 \frac{e^{z_{t+1}^i}}{z} \right]$$

資本稼働率関数

$$(1 - \tau_t^k) R_t^k = q_t \delta'(u_t)$$

トービンの q

$$q_t = \beta E_t \left[\frac{\lambda_{t+1}}{\lambda_t} \left\{ (1 - \tau_{t+1}^k) R_{t+1}^k u_{t+1} + q_{t+1} (1 - \delta(u_{t+1})) \right\} \right]$$

ここで、 E_t は期待オペレータ、 $q_t = \frac{\Lambda_t^k}{\Lambda_t}$ は、いわゆるトービンの q と呼ばれるものであり、(限界効用単位で測った) 資産の実質価格を表す。なお、完備保険市場の存在を仮定しており全ての家計は同質とみなせるため、各家計のインデックス h は省略している。次に労働サービス、実質賃金の最適選択を導出する。すべての家計は差別化された労働サービスを中間財企業

に提供し、労働市場は独占的競争下にあると仮定する。まず中間財生産企業 $f (f \in [0, 1])$ は家計の労働供給量 $l_t(h) (h \in [0, 1])$ に対して

$$l_t(f) = \left\{ \int_0^1 l_t(f, h)^{-\frac{1+\lambda_t^w}{\lambda_t^w}} \right\} l_t$$

家計はこの労働需要関数を所与として、効用を最大化するよう賃金を選択する。ここで賃金に Calvo 型の硬直性を導入する。廣瀬 (2012) と同様に、各機において $1 - \xi_w \in [0, 1]$ の割合の家計は賃金を最適化でき、残りの ξ_w は、均斉成長率の定常値 z と、一期前のインフレ率 π_{t-1} および定常状態のインフレ率 π の加重平均に従い以下のように名目賃金を決定すると仮定する。 $\gamma_w \in [0, 1]$ を一期前のインフレ率を参照するウェイトとする。

$$P_t W_t(h) = z \pi_{t-1}^{\gamma_w} \pi^{1-\gamma_w} P_{t-1} W_{t-1}(h)$$

2.2 中間財企業

各中間財企業 $f \in [0, 1]$ は、独占的競争の下、家計の提供する労働サービス $l_t(f)$ と稼働資本ストック $u_t K_{t-1}(f)$ を用いて差別化された中間財 $Y_t(f)$ を生産する。中間財企業の生産関数は以下のコブ・ダグラス型の関数で表現される。

$$Y_t(f) = (Z_t l_t(f))^{1-\alpha} (u_t K_{t-1}(f))^\alpha - \Phi Z_t$$

$\alpha \in (0, 1)$ は生産要素に占める資本分配率、 ΦZ_t は Φ を正のパラメータとして生産にかかる固定費用である。この生産技術制約のもとで、各中間財企業は生産コスト $W_t l_t(f) + R_t^k u_t K_{t-1}(f)$ の最小化を考える。実質賃金 W_t と実質レンタル料 R_t^k を所与とするため、この最小化問題の労働サービス $l_t(f)$ 及び稼働資本ストック $u_t K_{t-1}$ について一階条件を求めると、以下を得る。

$$W_t = (1 - \alpha) m c_t(f) \frac{Y_t(f) + \Phi Z_t}{l_t(f)}$$

$$R_t^k = \alpha m c_t(f) \frac{Y_t(f) + \Phi Z_t}{u_t K_{t-1}(f)}$$

これらによって実質限界費用 $m c_t$ を求めれば、

$$m c_t(f) = \left\{ \frac{W_t}{(1 - \alpha) Z_t} \right\}^{1-\alpha} \left(\frac{R_t^k}{\alpha} \right)^\alpha$$

となる。これは f に関係なく全ての中間財企業において同様の実質限界費用をもつことを意味するため、インデックス (f) は省略され、

$$m c_t = \left\{ \frac{W_t}{(1 - \alpha) Z_t} \right\}^{1-\alpha} \left(\frac{R_t^k}{\alpha} \right)^\alpha$$

を得る。同様の理由から資本稼働率も全ての中間財企業において同じになる。集計された資本ストック $K_t = \int_0^1 K_t(f)df$ と労働サービス $l_t = \int_0^1 l_t(f)df$ の投入量を用いれば

$$\frac{u_t K_{t-1}}{l_t} = \frac{\alpha W_t}{(1-\alpha)R_t^k}$$

を得る。最終財企業の生産量は中間財企業が生産したものを集計するため、以下のように表される。

$$Y_t d_t = (Z_t l_t)^{1-\alpha} (u_t K_{t-1})^\alpha - \Phi Z_t$$

但し、 $d_t = \int_0^1 \left\{ \frac{P_t(f)}{P_t} \right\}^{\frac{1+\lambda_t^p}{\lambda_t^p}} df$ は中間財の価格のばらつきを表、中間財企業の価格決定に Calvo 型の価格硬直性が存在すると仮定する。すわわち、各期において価格を最適化できるのは、 $1 - \xi_p$, ($\xi_p \in [0, 1]$) の割合の企業のみであり、残りの ξ_p の割合の企業は一期前のインフレ率と定常状態のインフレ率の加重平均によって以下のように価格を決定するとする。

$$P_t(f) = \pi_{t-1}^{\gamma_p} \pi^{1-\gamma_p} P_{t-1}(f)$$

中間財企業は最終財企業の中間財需要を所与として利潤を最大化するような価格を選ぶ。中間財企業の利潤最大化問題は以下のようなになる。

$$\begin{aligned} \max_{P_t(f)} E_t \sum_{j=0}^{\infty} \xi_p^j (\beta^j \frac{\Lambda_{t+1}}{\Lambda_t}) \left[\frac{P_t(f)}{P_{t+j}} \prod_{k=1}^j \left\{ \left(\frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_p} \pi \right\} - mc_{t+j} \right] Y_{t+j}(f) \\ s.t. Y_{t+j}(f) = \left[\frac{P_t(f)}{P_{t+j}} \prod_{k=1}^j \left\{ \left(\frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_p} \pi \right\} - mc_{t+j} \right]^{-\frac{1+\lambda_{t+j}^p}{\lambda_{t+j}^p}} Y_{t+j} \end{aligned}$$

ここで、 $p_t^o = \frac{P_t^o}{P_t}$ であり、 P_t^o は最適化された価格である。さらに、中間材企業の独占利潤は配当として全ての家計に分配され、集計された配当 D_t は

$$D_t = \int_0^1 (Y_t(f) + W_t l_t(f) - R_t^k u_t(f) K_{t-1}(f)) df$$

$$= (1 - mc_t)(Y_t \Delta_t + \Phi Z_t) - \Phi Z_t,$$

$$\text{where } \Delta_t = \int_0^1 \left(\frac{P_t(f)}{P_t} \right)^{1-\frac{1}{\lambda_t^p}} df$$

で表される。

2.3 最終財企業

最終財製造企業は、完全競争下で、中間財 $Y_t(f)$ 、 $f \in [0, 1]$ から、次の式の元で最終財 Y_t を生産する。

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(f)^{\frac{1}{1+\lambda_t^p}} df \right)^{1+\lambda_t^p}$$

ここで、 $1 + \lambda_t^p$ は、 $\theta_t^p > 1$ をそれぞれ中間財の代替の弾力性として、 $\frac{1}{\theta_t^p - 1} > 0$ で定義される変数で、価格マークアップ率である。最終財企業は、最終財価格 P_t と中間財 f の価格 $P_t(f)$ を所与として利潤を最大化しつつ中間財投入量 $Y_t(f)$ にする。一階の条件は、

$$Y_t(f) = \left\{ \frac{P_t(f)}{P_t} \right\}^{-\frac{1+\lambda_t^p}{\lambda_t^p}} Y_t$$

となる。また、最終財価格は以下のようになる。

$$P_t = \left\{ \int_1^0 P_t(f)^{-\frac{1}{\lambda_t^p}} df \right\}$$

最終財は消費されるか、投資されるか、それ以外に使用されるため、最終財の資源制約式は以下のようにあたえられる。

$$Y_t = C_t + I_t + gZ_t$$

ここで gZ_t は外生需要項目をあらわしており g は項目のウェイトに関するパラメータ、 Z_t は均斉成長を既定する技術水準である。

2.4 中央銀行

中央銀行は名目利子率の調整のみによって金融政策を行う。利子率の調整はテイラー型 (Taylor, 1993) の金融政策ルールに従うものとする。すなわち、前年比のインフレ率と目標インフレ率とのギャップと、生産ギャップに応じて名目利子率を決定する。また、利子率の短期的な大幅な変更を避けるための金利スムージングも考慮する。故に、名目利子率は、以下の金融政策ルールによって表される。

$$\log R_t^n = \phi_r \log R_{t-1}^n + (1 - \phi_r) \left\{ \log R^n + \phi_\pi \left(\frac{1}{4} \sum_{j=0}^3 \log \frac{\pi_{t-j}}{\pi} \right) + \phi_y \log \frac{Y_t}{Y_t^*} \right\} + z_t^r \quad (1)$$

ここで、 $\phi \in [0, 1)$ は金利スムージングの度合いを示すパラメータ、 R^n は名目利子率の定常値、 $\phi_\pi, \phi_y \geq 0$ はそれぞれインフレ率と GDP ギャップに対する利子率の反応度である。 z_t^r は金融政策ショックであり、金融政策ルールによる調整からの乖離を表す。また、潜在生産量 Y_t^* は次のように定義される。

$$Y_t^* = (Z_t l)^{1-\alpha} (u k Z_{t-1})^\alpha - \Phi Z_t \quad (2)$$

ここで、 l と k はそれぞれトレンド除去後の労働サービスの定常値、資本ストックの定常値である。故に、 $\log \frac{Y_t}{Y_t^*}$ は、各生産要素投入量が定常状態にある場合での生産量からの乖離で測った GDP ギャップである。

2.5 構造ショック（ニュースショック）

本モデルでは、債務危機懸念を以下の2つのショックのニュースショックによって表現している。

表1 構造ショック

構造ショック	意味
ϵ_t^i	投資の限界効率性ショック
$\epsilon_t^{\tau k}$	資本課税ショック

それぞれのショックをニュースショックとする。ニュースショックとは、 t 期の時点で $t+n$ 期に起きるショックを予期し t 期の時点で行動を起こすというものである。本稿で用いるニュースショックは1期の時点で5期に起こる債務危機を予期し行動するものと仮定している。

$$z_t^x = \rho_x z_{t-1}^x + \epsilon_{t-4}^x$$

2.6 対数線形近似およびシミュレーション分析

以上のモデルは非線形方程式体系であり、このままでは分析が困難であるため、対数線形近似をする必要がある。本稿では廣瀬 (2012) に従い、トレンドを持つ変数のトレンドを除去し、定常状態を求め、その定常状態からの乖離率を用いて分析を行う。次節では、このモデルをもとにシミュレーションを行う。本稿のモデルのトレンドを除去し、対数線形近似をした後は、Sims (2002) の方法に従って以下のように行列表示する。

$$\Gamma_0 s_t = \Gamma_1 s_{t-1} + \Psi_0 \epsilon_t + \Pi_0 \eta_t$$

ここで、 $\Gamma_0, \Gamma_1, \Psi_0, \Pi_0$ は構造パラメータにより表現される係数行列であり、 s_t は内生変数のベクトル、 ϵ_t は外生ショックのベクトルである。 η_t は $\forall t, E_t \eta_{t+1} = 0$ を満たす予測誤差ベクトルである。モデルの解が一意に決まる場合、この式は以下のように解ける。

$$s_t = \Phi_1 s_{t-1} + \Phi_\epsilon \epsilon_t$$

Φ_1, Φ_ϵ はモデルの構造、あるいは構造パラメータによって規定される行列であるため、内生変数のベクトル s_t は制約付き VAR(1) 過程に従うことになる。そのため、通常の時系列分析の手法を用いることができる。本稿では、各種ショックに対して内生変数となっている各変数の定常値からの乖離率をプロットし、インパルス応答分析を行った。

3 シミュレーション分析

3.1 シミュレーション方法

本稿の目的は、日本にみられる債務危機への懸念が閉鎖経済でインフレ率にどのような影響をもたらすかということにある。Kobayashi and Ueda(2022)では債務危機懸念を国債残高の増加の関数で表した非線形のモデルを用いて分析しており、日本の長期停滞と金利の持続的な低下を、将来の債務危機における大規模な資本課税と資本の誤配分が過去20年間の日本経済の長期停滞のほぼ半分を占めていることを示している。そこで、第2節で記述したモデルを用いて債務危機の懸念を投資の限界効率性への負のニュースショックと資本課税ショックへの正のニュースショックで表し、そのインフレ率への影響に着目しながら分析を行っていく。

まずは、投資の効率性ショックへのニュースショック、資本課税ショックへのニュースショックについて個別にインフレ率にどのような影響を及ぼすか分析する。次いで、それらが同時に起こった時の分析をし、全体としてインフレ率が上昇するのか低下するのかを検証する。

3.2 パラメータの設定

表2は、シュミレーションに使用するベンチマークパラメータの値を示している。ここでは、パラメータは廣瀬(2012)で推定されたものを用いた。廣瀬(2012)では日本のマクロ経済データを用いてベイズ推定によってパラメータを推定しており、本稿の分析においても妥当な値であると考えられる。

しかしショックの大きさと持続性についてはそれぞれ慎重に調整する必要がある。投資の限界効率性ショックの持続性値は廣瀬(2012)の投資の調整コストの持続性をもちいた。また、資本課税ショックへの持続性値は、河村(2013)できわめて大幅な財政再建策を1~2年程度の短期間で実行することを市場から迫られることになるだろうとあるので1期から2期で収束するように設定した。

表2 パラメータの設定

パラメータ	意味	値
$1/\sigma$	家計の異時点間代替の弾力性の逆数	1.813
θ	習慣形成の程度	0.432
χ	労働供給の弾力性	5.227
ζ	投資の調整コスト	1/8.498
μ	稼働率の調整コスト	1.844
ϕ	生産の固定費用	0.067
γ_w	賃金の粘着性	0.356
ξ_w	賃金の慣性	0.503
λ_w	賃金マークアップ率	0.2
γ_p	価格の粘着性	0.198
ξ_p	賃金の粘着性	0.701
λ_p	価格マークアップ率	0.609
ϕ_r	金利スムージング	0.733
ϕ_π	インフレ率に対する反応度合い	1.778
ϕ_y	GDPギャップに対する反応度合い	0.044
ρ_i	投資の限界効率性ショックの持続性	0.544
τ_c	消費税の定常値	0.1
τ_w	労働所得税の定常値	0.273
τ_k	資本収益税の定常値	0.446
ρ_τ	税ショックの持続性	0.3

3.3 投資の限界効率性ショックへのニュースショック

ここでは、資本の誤配分を投資の限界効率性への負のショックとみなし、投資の効率性に関する需要ショックである投資の限界効率性ショックによって表現する。投資の効率性ショックの大きさは廣瀬 (2012) の推定した 1 標準偏差である 4.417 % をもとに考える。

数学的には、平均 μ で標準偏差 σ の正規分布に従う確率変数 X は以下の式に従うことが述べられている。

$$\begin{aligned}Pr(\mu - \sigma \leq X \leq \mu + \sigma) &\approx 0.6827 \\Pr(\mu - 2\sigma \leq X \leq \mu + 2\sigma) &\approx 0.9545 \\Pr(\mu - 3\sigma \leq X \leq \mu + 3\sigma) &\approx 0.9973\end{aligned}$$

株価の暴落は 1929 年：ウォール街大暴落、1987 年：ブラックマンデー、2008 年：リーマン・ショック、2010 年：フラッシュクラッシュ、2020 年：OPEC クラッシュ、2020 年：新型コロナクラッシュなど定期的に起きているが、日本の信用が失われるほどの債務危機はいまだ起きていない。そこで本稿では債務危機を 100 年に 1 度起きるレベルの危機つまり 3 標準偏差の大きさの危機とする。

図 4 は、縦軸を各変数の定常状態からの乖離率 (%)、横軸を時間と置いて、第 5 期に 3 標準偏差の投資の限界効率性の負のショックが起きると第 1 期に予期するした時の経済を表している。将来の投資の限界効率性が起きることを予期し足元から投資を減少させ、資本と資本稼働率を減少させる。資本の減少により労働の限界生産性も減少し、賃金が減少する。投資の限界効率性のニュースショックはこれらの動きを通し、インフレ率を 4 期の時点で 0.045 % 押し下げる方向に働くことが分かった。

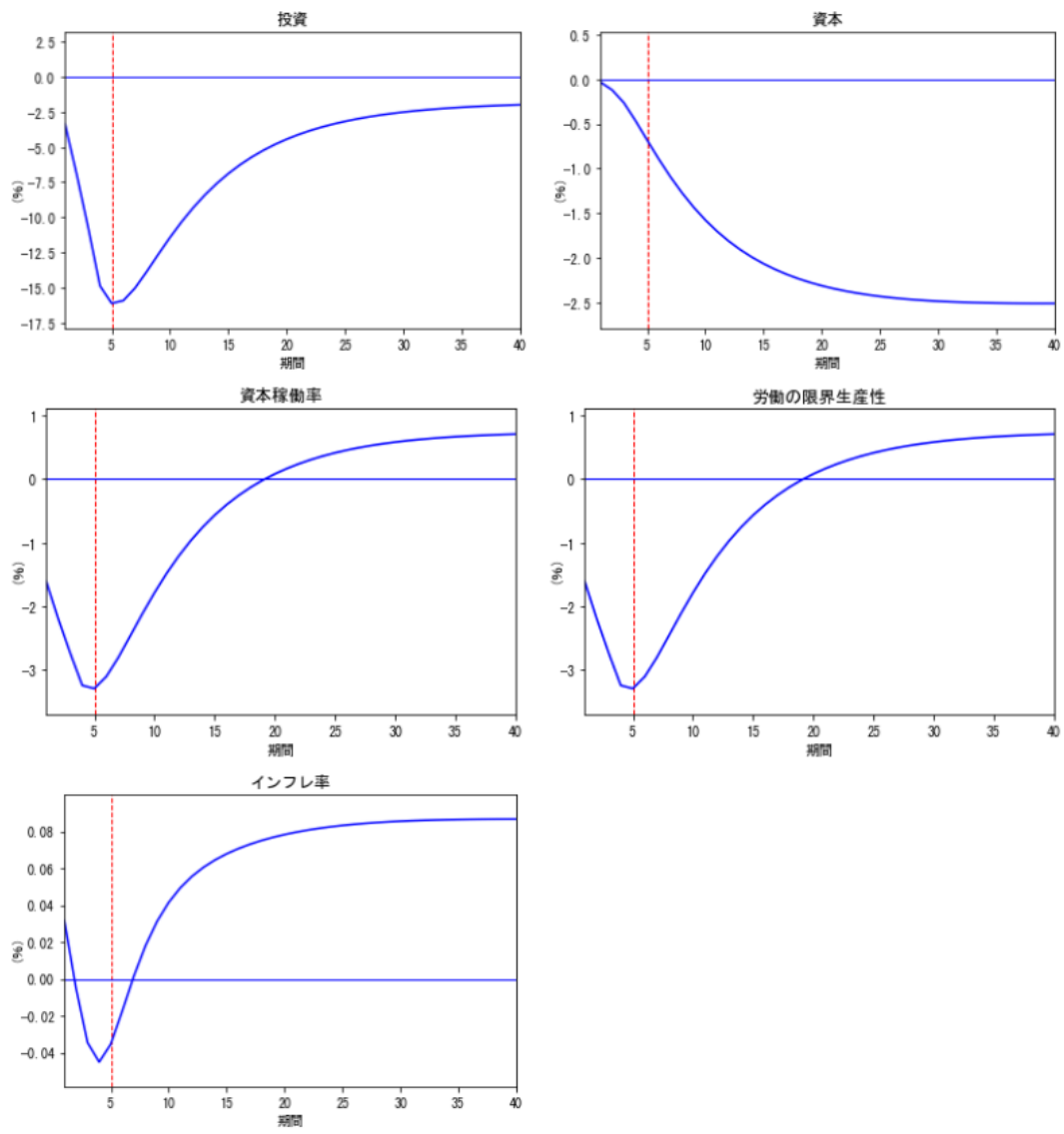


図 4 投資の限界効率性ショック ($\epsilon_1^i = -0.133$) をニュースショックとして与えた時のインパルス応答

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を%で表している。投資の限界効率性ショック ($\epsilon_1^i = -0.133$) を 1 期の時点で 5 期の投資の限界効率性への負のショックが起きると考えるニュースショックとして与えた。

3.4 資本課税ショックへのニュースショック

債務危機時のショックの大きさは、Kozlowski, Veldkamp, and Venkateswaran(2020) のように、債務危機によって一度観測されたショックはエージェントの記憶に永久に残り、次の債務危機時の税制に対する期待は歴史から学ぶことによって形成されると仮定する。税と一言にいても消費税や所得税、資本課税など様々なものがある。Eichengreen(1989)によると第一次世界大戦の戦争債務による公的債務超過に苦しんでいた1920年代のイギリスでは、公的債務の返済を目的とした、すべての富の保有者に対する1回限りの税である資本課税が議論されていた。更にイタリア、フランス、チェコスロバキア、オーストリア、ハンガリー、ドイツでも行われていた。これらの国々では資本課税を実際に課することはなかったものの、資本課税が公的債務の返済を目的とした課税としてもっとも現実性が高いといえる。さらに日本では第二次世界大戦後、多額の戦争債務を返済するため資本課税（財産税）が導入された。さらに図5を見てわかる通り財産税はいまだに法案自体は存在している。

9-1 税目別改廃一覧

税目別改廃一覧

(平成16年度末現在)

番号	税目等	区分	創設法令	昭60	平元	平6	平11	平16年度
1	所得税	直	昭40.3 法33					(現存)
2	法人特別税	直	昭40.3 法34					(現存)
3	相続税	直	平4.3 法15			→		(現存)
4	地価増徴税	直	昭25.3 法73					(現存)
5	再評価特別税	直	平3.5 法69				執行を停止	(現存)
6	消費酒税	直	昭25.4 法110					(現存)
7	砂糖消費税	直	平3.3 法2					(現存)
8	揮発油税	問	昭63.12 法108				1年間の時限立法	(現存)
9	たばこ税	問	昭28.2 法6					(現存)
10	砂糖消費税	問	昭59.8 法72					(現存)
11	揮発油税	問	昭30.6 法38				消費税導入に伴い廃止	(現存)
12	石油ガス税	問	昭32.4 法55					(現存)
13	航空機燃料税	問	昭40.12 法156					(現存)
14	石油石炭税(石油税)	問	昭47.3 法7					(現存)
15	石油石炭税(石油税)	問	昭53.4 法25					(現存)
16	トランプ類税	問	昭37.3 法48				消費税導入に伴い廃止	(現存)
17	取引所取引税	問	昭32.6 法173				消費税導入に伴い廃止	(現存)
18	有価証券取引税	問	明26.3 法6				[2.5法22]	(現存)
19	通関手税	問	昭28.7 法102					(現存)
20	入場税	問	昭15.3 法43				消費税導入に伴い廃止	(現存)
21	自動車重量税	問	昭29.5 法96				消費税導入に伴い廃止	(現存)
22	日本銀行券発行税	問	昭46.5 法89					(現存)
23	登録免許税	問	昭22.4 法46					(現存)
24	印紙税	問	昭42.6 法35					(現存)
25	地方道路税	問	昭42.5 法23					(現存)
26	電源開発促進税	問	昭30.7 法104					(現存)
27	石油臨時特別税	問	昭49.6 法79					(現存)
28	たばこ特別税	問	平3.3 法2				1年間の時限立法	(現存)
29	財産税	直	平10.10 法137					(現存)
30	戦時補償特別税	直	昭21.11 法52					(現存)
31	戦時補償特別税	直	昭21.10 法38					(現存)

図5 税目別改廃一覧

出典：財務省財務総合政策研究所財政史室 平成財政史：平成元-12年度，第9巻，資料2. 租税・国債，資料1 租税，p35

当時、日本で課された資本課税は次のようなものだった（河村,2013）

課税対象は、預金封鎖実施直後の昭和 21 年 3 月 3 日現在の同居家族を含む個人資産であり、不動産等よりはむしろ、預貯金や保険、株式、国債等の金融資産がかなりのウェートを占めた。課税財産価額の合計は、昭和 21 年度の一般会計予算額に匹敵する規模に達している。また、本税の実施に先立って作成された、階級別の収入見込み額をみると、国民は、その保有する財産の価額の多寡にかかわらず、要するに貧富の差なく、この財産税の納税義務を負うこととなった点がみてとれる。控除・税率の面では、国民一人当たりの課税価額 10 万円までが控除され、税率は課税価額 10 万円以上の最低税率が 25 %、最高税率は課税価額 1,500 万円以上で 90 %と、14 段階で設定された。一人当たりの税額は、もちろん、保有財産額の多い富裕層が突出して多いことがみてとれるが、政府による税揚げ総額の観点からみると、いわば中間層からの税揚げ総額が最も多い形となっている。このように、戦後に実施された財産税は、その語感からは、ともすれば富裕層課税を連想しがちではあるが、実際にはそのような性質のものではなく、貧富の差を問わず、国民からその資産を課税の形で吸い上げるものであったといえよう。

（中略）

そして、そのようにして徴税された財産税を主たる原資に、昭和 21～23 年度前後に、可能な限りの内国債の償還が行われた。

本モデルでは、均一な家計を仮定しており、資本課税が貧富の差を問わず、国民からその資産を課税の形で吸い上げたとあるため、資本課税が現在の税率から中間層である 60 %となど国民が予期するニュースショックを与えた。

図 6 は、縦軸を各変数の定常状態からの乖離率（%）、横軸を時間と置いて、第 5 期に資本税率が 60 %になる資本課税ショックが起きると第 1 期に予期した時の経済を表している。将来、資本税が増税されることで限界費用が一時的に大きく上昇することを予期し、将来のインフレ率の上昇を予測するため足元からインフレ率を押し上げる働きがみられた。資本課税のニュースショックは、第 4 期でインフレ率を 0.729 %押し上げる方向に働くことが分かった。

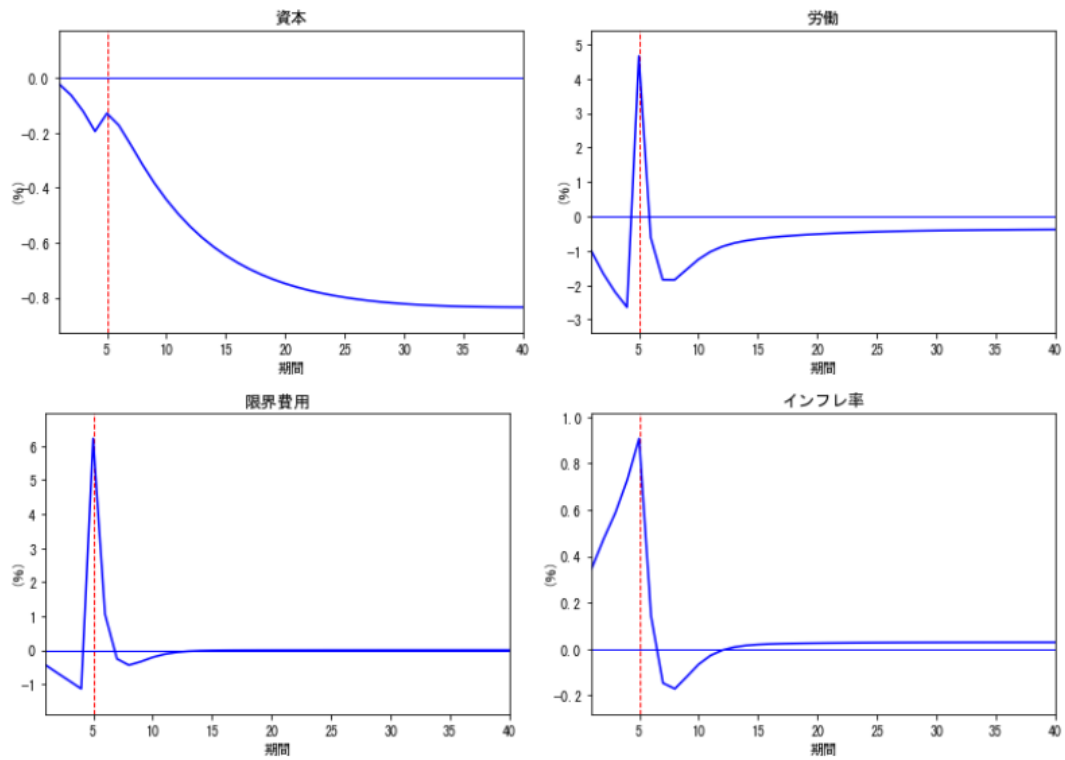


図6 資本課税ショック ($\epsilon_1^{tk} = 0.154$) をニュースショックとして与えた時のインパルス応答

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を%で表している。資本課税ショック ($\epsilon_1^{tk} = 0.154$) を1期の時点で5期の資本課税への正のショックが起きると考えるニュースショックとして与えた。

3.5 投資の限界効率性ショックへのニュースショック+資本課税ショックへのニュースショック

前項利用したショックと同じ大きさショックである投資の限界効率性への負のニュースショックと資本課税への正のニュースショックを与えた。

図7は、縦軸を各変数の定常状態からの乖離率(%)、横軸を時間と置いて、5期に債務危機が起き投資の限界効率性ショック、資本課税ショックが同時に起きると1期から予想したときの経済を表している。将来の投資の限界効率性の減少と資本課税の増税から投資を大きく下げる。資本の減少により労働の限界生産力が減少し限界費用が減少し、インフレ率を押し下げる効果がある。しかし将来の限界費用の上昇を予想するためインフレ率を押し上げる効果があり、投資の限界効率性ショックの負のニュースショックと資本課税の正のニュースショックを同時に与える場合、資本課税の増税のニュースショックのインフレ率を押し上げる力が、投資の効率性ショックのニュースショックのインフレ率を押し下げる力に勝り、インフレ率は上昇する。

したがって、債務危機懸念を、投資の限界効率性への負のニュースショックと資本課税ショックへの正のニュースショックによって表現し、これらのショックを同時に考慮した場合、債務危機懸念はインフレ率を上昇させることが分かった。また、労働と資本の減少から生産も落ち込み、これは債務危機懸念が日本の長期停滞の要因とする先行研究とも整合的である。

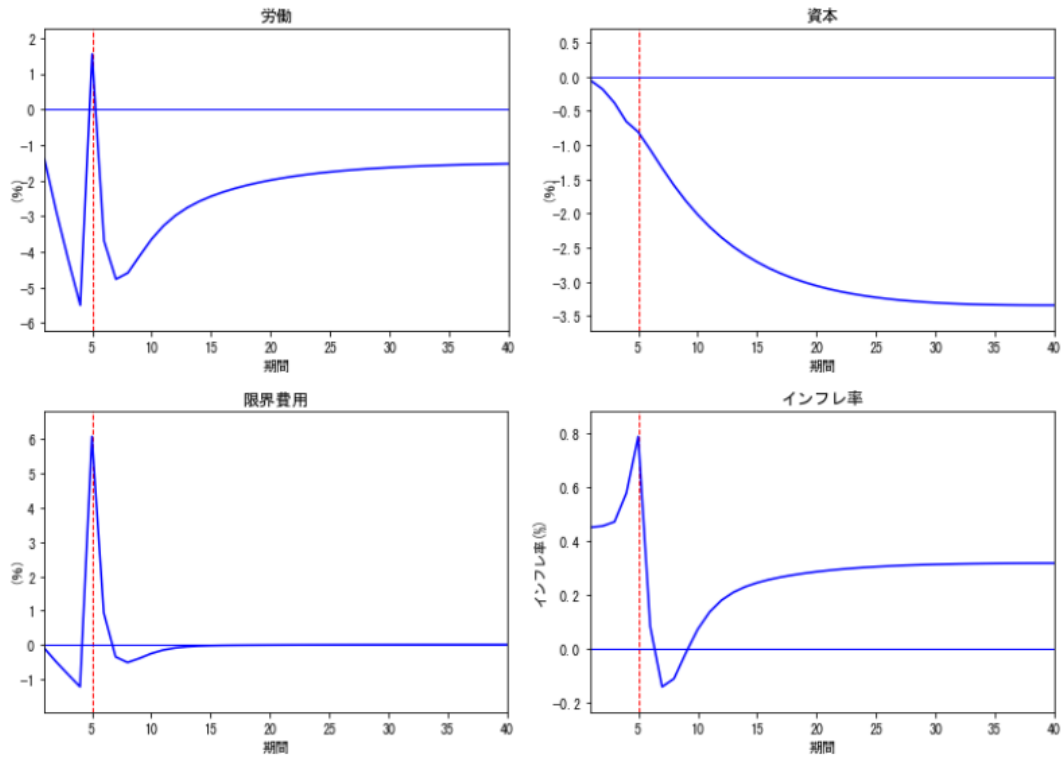


図7 投資の限界効率性ショック ($\epsilon_1^i = -0.133$) と資本課税ショック ($\epsilon_1^{tk} = 0.154$) をニュースショックとして与えた時のインパルス応答

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を%で表している。投資の限界効率性ショック ($\epsilon_1^i = -0.133$) と資本課税ショック ($\epsilon_1^{tk} = 0.154$) をニュースショックとして与えた。

3.6 頑健性テスト

3.6.1 ショックが起きなかった場合

前項まででは、1期に予測した債務危機が5期に起きるまでの期間を分析していたが、実際に債務危機が起きるといわれているが未だに起きていない。そこで5期に債務危機と逆のショックである投資の限界効率性ショック、資本課税ショックを与える、5期の時点でまた人々が6期に債務危機が起きると予測したときの経済について考える。図8は1期に5期に債務危機が起きると予想するが起きず5期に6期に起きると予想したときの経済を表している。点線に挟まれた区間の傾きを見ると5期にかけてよりも傾きが大きいことがわかる。つまり、予測が外れたとしても債務危機懸念そのものが無くならない限りその予測が外れるたびにインフレ率を押し上げる力が加算されていくことがわかった。しかし、いずれにしろインフレ率は上昇するためこれまでの分析の結果を変えるものにはならないといえる。

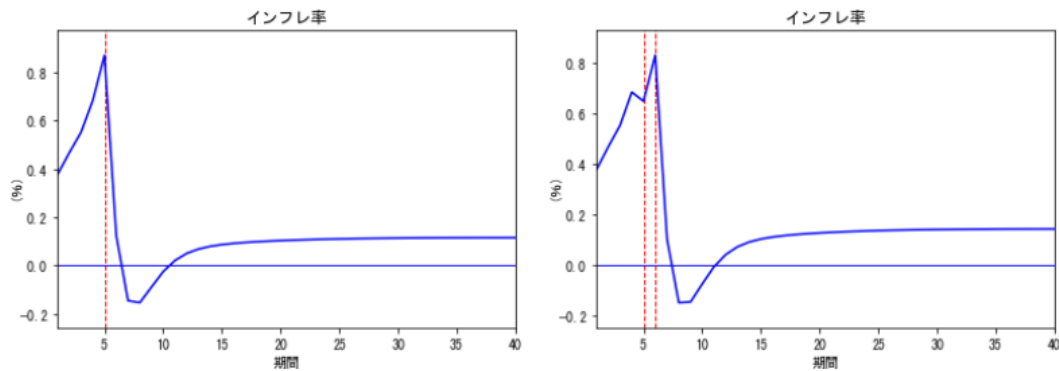


図8 5期に債務危機が起きず、かつ6期に債務危機が起きると予想しているときのインパルス応答

(注) 縦軸は定常状態からの乖離率を%で表している。縦軸は定常状態からの乖離率を%で表している。左図は5期に債務危機が起きた場合、右図は5期に債務危機が起きず6期に起きた場合

4 結びに代えて

本稿では、Kobayashi and Ueda(2022) の債務危機懸念により発生する長期停滞のほとんどが、政府債務の増加に伴う将来の債務危機における資本課税と資本の誤配分に対する恐れの高まりによって説明できるという先行研究に基づき、債務危機懸念を資本課税と投資の限界効率性に対するニュースショックによって表現した。先行研究では非線形の DSGE モデルを用いて分析していたためインフレ率を明示的に分析できないのに対し、本稿では線形の DSGE モデルを用いて分析したためインフレ率に与える影響を明らかにできた。

投資の限界効率性への負のニュースショックは、将来の投資の限界効率性が一時的に減少ことを予期し足元から投資を減少させ、資本と資本稼働率を減少させる。資本の減少により労働の限界生産性も減少し、賃金が減少する。投資の限界効率性のニュースショックはこれらの動きを通し、インフレ率を押し下げる方向に働く。一方で資本課税ショックへの正のニュースショック（増税）の場合、将来の限界費用の増加を予期し、足元から資本、労働ともに減少させるため、インフレ率を押し上げる働きがある。投資の限界効率性ショックの負のニュースショックと資本課税の正のニュースショックを同時に与える場合、資本課税の増税のニュースショックのインフレ率を押し上げる力が、投資の効率性ショックの負のニュースショックのインフレ率を押し下げる力に勝り、インフレ率は上昇する。また、ニュースショックが起きる期と同じ期に同じ大きさの符号が反対のショックを与え、債務危機が起きなかったときを仮定し、そこから来期ショックが起きると予測したときの経済について分析した。するとよりインフレ率の上昇率が大きいことが分かった。しかし、いずれにしろインフレ率は上昇するためこれまでの分析の結果を変えるものにはならないといえる。

一方で残された課題もある。本稿では債務危機が必ず 5 期目に起きるとすべての人が信じているモデルを用いて分析した。これは非常に強い仮説であり、現実世界では債務危機の発生確率やその危機の大きさも人によって差異があるだろう。更に、本稿では債務危機懸念を Kobayashi and Ueda(2022) に基づき資本課税と投資の限界効率性に対するニュースショックによって表現した。しかしながらアジア通貨危機やアルゼンチン、ギリシャの債務危機の例を見ると、債務危機の初期段階で利子率が大幅に増加する 경우가ほとんどである。外生的な利子率の増加や海外投資家の存在を組み込んだ分析を行うことは、社会的に有意義なものになるであろう。しかしながら、債務危機懸念のインフレ率の上昇を線形モデルを用いて明示的に分析したことは本稿の貢献といえよう。

参考文献

- [1] 廣瀬康生 (2012) 『DSGE モデルによるマクロ実証分析の方法』 三菱経済研究所.
- [2] 河村百合子 (2013) 『財政再建にどう取り組むか—国内外の重債務国の歴史的経験を踏まえたわが国財政の立ち位置と今後の課題—』 *Japan Research Institute (JRI) Review*, Vol.8, No.9.
- [3] Aguiar, Mark, and Manuel Amador (2011) “Growth in the Shadow of Expropriation,” *Quarterly Journal of Economics*, 126(2), 651–697.
- [4] Aguiar, Mark, Manuel Amador, and Gita Gopinath (2009) “Investment Cycles and Sovereign Debt Overhang,” *Review of Economic Studies*, 76, 1–31.
- [5] Alesina, Alberto, and Silvia Ardagna (1998) “Tales of Fiscal Adjustments,” *Economic Policy*, 13(27), 489–545.
- [6] Alesina, Alberto, and Roberto Perotti (1996) “Reducing Budget Deficits,” *Swedish Economic Policy Review*, 3, 113–34.
- [7] Bocola, Luigi (2016) “The Pass-Through of Sovereign Risk,” *Journal of Political Economy*, 124(4), 879–926.
- [8] Cochrane, J. H. (2011) “Understanding Policy in the Great Recession: Some Unpleasant Fiscal Arithmetic,” *European Economic Review*, 55(1): 2–30.
- [9] Davig, T., E. M. Leeper, and T. B. Walker (2011) “Inflation and the Fiscal Limit,” *European Economic Review*, 55(1): 31–47.
- [10] Eichengreen, Barry (1989) “The Capital Levy in Theory and Practice.” *National Bureau of Economic Research (NBER) Working Paper* 3096.
- [11] Fukunaga, Ichiro, Komatsuzaki, Takuji, and Matsuoka, Hideaki. (2022). “Inflation and public debt reversals in advanced economies,” *Contemporary Economic Policy, Western Economic Association International*, Vol. 40(1), 124–137, January.
- [12] Goetz, von, Peter, (2005) “Debt-deflation: concepts and a stylised model,” *BIS Working Papers* 176.
- [13] Kobayashi, Keiichiro and Kozo Ueda (2022) “Secular Stagnation and Low Interest Rates under the Fear of a Government Debt Crisis.” *Journal of Money, Credit and Banking*, Vol.5, Issue4, 779–824.
- [14] Kotera, Go and Saisuke Sakai (2018) “Policy Simulation of Government Expenditure and Taxation Based on the DSGE Model.” *Policy Research Institute, Ministry of Finance, Japan, Public Policy Review*, Vol.14, No.4.
- [15] Kozlowski, Julian, Laura Veldkamp, and Venky Venkateswaran (2020) “The Tail that Wags the Economy: Belief-Driven Business Cycles and Persistent Stagnation.” *Journal of Political Economy*, Vol.128(8), 2839–2879.
- [16] Morikawa, Masayuki (2016) “How uncertain are economic policies? New evidence

from a firm survey,” *Economic Analysis and Policy*, Vol.52, 114-122.

- [17] Perotti, Roberto (1999) “Fiscal Policy in Good Times and Bad,” *Quarterly Journal of Economics*, 114(4), 1399–436.
- [18] Sims, Christopher A. (2002) “Solving Linear Rational Expectations Models.” *Computational Economics*, 20(1-2), 1-20.

(データ出典)

- [19] 財務省『わが国の税制の概要』
- [20] 財務省『債務管理レポート 2022 - 国の債務管理と公的債務の現状 -』 第三編 資料編, 第一章 国債, 119
- [21] 財務省財務総合政策研究所財政史室 平成財政史: 平成元-12 年度, 第 9 巻, 資料 2. 租税・国債, 資料 1 租税, 35

Appendix：対数線形近似

家計の消費の限界効用

$$\begin{aligned} & \left(1 - \frac{\theta}{z}\right) \left(1 - \frac{\beta\theta}{z^\sigma}\right) \left(\tilde{\lambda}_t + \frac{\tilde{\tau}_t^c}{1 + \tau^c}\right) \\ &= -\sigma \left\{ \tilde{c}_t - \frac{\theta}{z}(\tilde{c}_{t-1} - z^z) \right\} + \left(1 - \frac{\theta}{z}\right) z^b \\ & \quad + \frac{\beta\theta}{z^\sigma} \left[\sigma \left\{ E_t \tilde{c}_{t+1} + E_t z_{t+1}^z - \frac{\theta}{z} \tilde{c}_t \right\} - \left(1 - \frac{\theta}{z}\right) E_t z_{t+1}^b \right] \end{aligned}$$

オイラー方程式：

$$\tilde{\lambda}_t = E_t \tilde{\lambda}_{t+1} - \sigma E_t z_{t+1}^z + \tilde{R}_t^n - E_t \tilde{\pi}_{t+1}$$

賃金関数：

$$\begin{aligned} & \tilde{w}_t - \tilde{w}_{t-1} + \tilde{\pi}_t - \gamma_w \tilde{\pi}_{t-1} + z_t^z \\ &= \beta z^{1-\sigma} (E_t \tilde{w}_{t+1} - \tilde{w}_t + E_t \tilde{\pi}_{t+1} - \gamma_w \tilde{\pi}_t + E_t z_{t+1}^z) \\ & \quad + \frac{1 - \xi_w}{\xi_w} \frac{(1 - \beta \xi_w z^{1-\sigma}) \lambda^w}{\lambda^w + \chi(1 + \lambda^w)} (\chi \tilde{l}_t - \tilde{\lambda}_t - \tilde{w}_t + z_t^b) + z_t^w \end{aligned}$$

資本ストック遷移式：

$$\tilde{k}_t = \frac{1 - \delta}{z} (\tilde{k}_{t-1} - z_t^z) - \frac{(1 - \tau^k) R^k}{z} \tilde{u}_t + \left(1 - \frac{1 - \delta}{z}\right) \tilde{i}_t$$

資本稼働率

$$\tilde{u}_t = \mu \left(\tilde{R}_t^k - \frac{\tilde{\tau}^k}{1 - \tau^k} - \tilde{q}_t \right) + z_t^u$$

投資関数：

$$\frac{1}{\zeta} \{ \tilde{i}_t - \tilde{i}_{t-1} + z_t^z \} = \tilde{q}_t + \frac{\beta z^{1-\sigma}}{\zeta} \{ E_t \tilde{i}_{t+1} - \tilde{i}_t + E_t z_{t+1}^z \} + z_t^i + \beta z^{1-\sigma} E_t z_{t+1}^i$$

トービンの q ：

$$\tilde{q}_t = E_t \tilde{\lambda}_{t+1} - \tilde{\lambda}_t - \sigma E_t z_{t+1}^z + \frac{\beta}{z^\sigma} \left\{ (1 - \tau^k) R^k E_t \tilde{R}_{t+1}^k + (1 - \delta) E_t \tilde{q}_{t+1} \right\}$$

最終財の資源制約：

$$\tilde{y}_t = \frac{c}{y} \tilde{c}_t + \frac{i}{y} \tilde{i}_t + \frac{g}{y} z_t^g$$

限界費用：

$$\tilde{m}c_t = (1 - \alpha) \tilde{w}_t + \alpha \tilde{R}_t^k - z_t^a$$

費用最小化条件：

$$\tilde{u}_t + \tilde{k}_{t-1} - \tilde{l}_t - z_t^z = \tilde{w}_t - \tilde{R}_t^k$$

生産関数：

$$\tilde{y}_t = (1 + \phi) \left\{ (1 - \alpha) \tilde{l}_t + \alpha (\tilde{u}_t + \tilde{k}_{t-1} - z_t^z) + z_t^a \right\}$$

ニューケイジアン・フィリップス・カーブ：

$$\tilde{\pi}_t - \gamma_p \tilde{p}i_{t-1} = \beta z^{1-\sigma} (E_t \tilde{\pi}_{t+1} - \gamma_p \tilde{\pi}_t) + \frac{(1 - \xi_p)(1 - \beta \xi_p z^{1-\sigma})}{\xi_p} \tilde{m}c_t + z_t^p$$

金融政策ルール：

$$\tilde{R}_t^n = \phi_r \tilde{R}_{t-1}^n + (1 - \phi_r) \left\{ \phi_\pi \left(\frac{1}{4} \sum_{j=0}^3 \tilde{\pi}_{t-j} \right) + \phi_y (\tilde{y}_t - \tilde{y}_t^*) \right\} + z_t^r$$

潜在生産量：

$$\tilde{y}_t^* = -\alpha(1 + \phi)z_t^z$$

構造ショック：

$$\tau_t^k = \rho_\tau \tau_{t-1}^k + \epsilon_{t-4}^{\tau^k}$$

$$z_t^i = \rho_i z_{t-1}^i + \epsilon_{t-4}^i,$$

$$z_t^x = \rho_x z_{t-1}^x + \epsilon_t^x, \quad x \in \{z, b, w, g, p, r\}$$