

金融危機・自然災害に対する最適金融政策

～DSGE モデルによる 2 大リスクの分析～*

廣瀬康生研究会

佐藤周磨[†] 三矢島泉[‡] 吉川詠菜[§]

2019 年 11 月 2 日

*本稿は、2019 年 11 月 21 日から 24 日に開催される、三田祭論文コンテストのために作成したものである。本稿の作成にあたっては、廣瀬康生氏（慶應義塾大学）をはじめ、多くの方々から有益かつ熱心なコメントを頂戴した。ここに記して感謝の意を表したい。しかしながら、本稿にあり得る誤り、主張の一切の責任はいうまでもなく筆者たち個人に帰するものである。

[†]慶應義塾大学 3 年生

[‡]同上

[§]同上

要旨

日本経済が抱えるリスクのうち、次の2つは特に重要であると考えられている。1つは、金融危機が再び発生する可能性である。2008年には、リーマン・ブラザーズの破綻を契機として金融危機が発生し、欧米諸国では投資の減少を伴いGDP成長率の大幅な低下を経験した。当時、日本はそうしたメカニズムによるGDPの低下を経験しなかったが、今後日本で金融危機が起こり同様の経験をする可能性は十分にある。もう1つは地震や台風为代表される自然災害である。2011年3月11日に発生した東日本大震災では、首都圏の被災は免れたものの、被災地における工場や道路などの生産要素の損失を通じて、マクロでみた生産活動の落ち込みを経験した。本稿では、上記の2つの状況に直面した際の事後対応として、中央銀行がどのような金融政策を行うべきかについて分析した。

具体的には、動学的確率的一般均衡モデル（DSGEモデル）を用いて金融危機と自然災害が日本で起こった場合を想定し、どのような金融政策ルールが厚生損失を最小化できるかについて、シミュレーション分析を行った。より正確にショックの波及効果および金融政策の効果を分析するために、投資の調整コストや、価格および賃金の硬直性といった様々な摩擦を考慮した中規模ニューケインジアンモデルを用いた。金融危機時には、多くの欧米諸国が投資の減少とそれに伴った生産の落ち込みを経験してきたことを踏まえ、投資の限界効率（Marginal Efficiency of Investment）に対して負のショック（MEIショック）を与えることによって金融危機を再現した。また、自然災害が起こった場合は、一時的に生産要素として利用可能な資本ストックが失われることになる。このような状況を負のCapital Quality Shock（CQショック）によって再現した。

本稿ではまず、中央銀行が標準的なテイラールールに従っていると仮定し、上記の2つのショックが経済に与える影響を分析した。MEIショックを与えた場合は、投資の減少とそれに伴った需要の低下により、生産量が落ち込む様子が観察された。また、CQショックは生産要素を外生的に減少させる供給面のショックであり、生産量の減少と物価の上昇がみられた。このとき、資本の実質レンタル料すなわち資本の限界生産力が上昇することにより、投資は増加することが分かった。

次に、上記のショックに対して、中央銀行がベースラインの金融政策ルールに加えて、資産価格、投資、実質限界費用に金利を反応させるようにルールを変更した場合のパフォーマンスを、厚生損失を定義して評価した。分析の結果、金融危機の状況を再現するMEIショックが与えられた場合には、中央銀行が投資に名目利子率を反応させるような金融政策ルールに従うべきであることが分かった。また、自然災害を再現するCQショックが与えられた場合は、実質限界費用に名目利子率を反応させるような金融政策ルールが望ましいことが明らかになった。

目次

1	はじめに	3
2	理論モデル	5
2.1	家計	5
2.2	最終財企業	8
2.3	中間財企業	9
2.4	中央銀行	10
2.5	政府	10
2.6	構造ショック	11
2.7	パラメータおよび定常状態の設定	12
3	厚生分析	12
3.1	ベースライン・シミュレーション	12
3.2	望ましい金融政策ルール	15
4	結びにかえて	22
	参考文献・データ出典	23
	補論：対数線形近似	25

1 はじめに

現在、我が国は経済における2つのリスクを抱えている。1つ目は、金融危機が再度起こる可能性である。2008年には米国のリーマン・ブラザーズの破綻を契機とした金融危機が発生し、その影響は日本を含む世界全体に広まり、混乱を招いた。当時、欧米諸国の多くはこの金融危機により、投資の減少を伴ったGDP成長率の低下を経験した。日本でも図1に示されるように、リーマンショック後にはいくつかの生産指数に減少がみられた。政策面では、関係国の中央銀行が、2008年10月8日に政策金利の引き下げに同時に踏み切るなど異例の措置が取られた。一方で、日本の経済状況および日本銀行の対応にはやや温度差があったことは事実である。本稿では、2008年ごろに欧米諸国が経験した金融危機が、今後日本で起こったことを想定して政策分析を行った。こうした一連の金融危機に対する中央銀行の金融政策についての議論は活発であり、今後の政策運営上非常に重要である。

2つ目は、地震や台風などに代表される自然災害である。2011年3月11日に発生した東日本大震災では東北地方を中心に甚大な被害をもたらした。こうした災害の特徴は、工場や道路などの生産要素の損失を通じて経済に影響を与える点である。東日本大震災では首都圏への大きな被害は免れものの、工業生産指数などは大きく減少した。(図1を参照) 今後は首都圏直下型地震など、人口密集地帯や中枢機関が集中している関東地方の被災が想定される。本稿では、このような災害が起こった場合の事後対応として、中央銀行がどのような金融政策を行うべきかについて扱った。

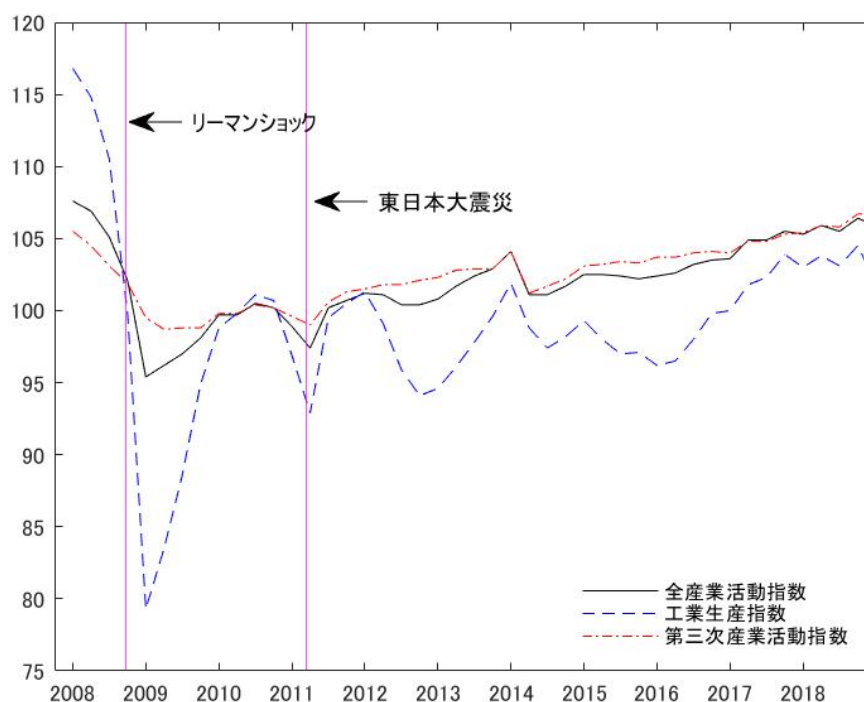


図 1: 2 大リスクと生産活動

出所：経済産業省「全産業活動指数」より筆者作成。2010年=100。

本稿では動学的確率的一般均衡モデル（DSGE モデル）を用いて分析を行った。DSGE モデルでは仮想的な経済環境の下でシミュレーションを行うことが可能であり、定量的に政策分析をすることができる。具体的には、投資の調整コストや、価格および賃金の硬直性などを考慮した Smets and Wouters(2007) の中規模型ニューケインジアンモデルを日本のマクロ経済データに合うように修正したモデルに、政府部門を内生化したモデルを構築した。これによって、より現実的なシミュレーション分析が可能になる。このモデル上に、上記の 2 大リスクを以下のようなショックとして再現した。

金融危機では多くの国で投資の減少がみられる。これは、投資の限界効率が損なわれることによって引き起こされる。投資の減少は直接的に需要の減少をもたらすとともに、資本ストックの減少を通じて生産活動にも影響を与える。こうしたメカニズムを世界経済は経験してきた。DSGE モデルにおけるこのような摩擦は、Greenwood, et al(1988) などによって提唱され、Justiniano et al(2010) などによって MEI ショック¹と名付けられた。また、Justiniano et al(2010)、Justiniano et al(2011) などは MEI ショックが景気変動を引き起こす主要因であることを指摘している。本稿ではこうした先行研究を基に理論モデルに MEI ショックを組み込み、日本における金融市場のショックを分析した。

次に、地震などの自然災害が起こった場合は、外生的に工場やオフィスなどの生産要素が使用不可能になる。つまり、資本ストックが定常状態から大きく乖離している状況を表している。資本ストックの減少は供給面から生産活動へ負の影響をもたらす。一般的に、こうした災害が起こった後は、被害を受けた道路や生産設備の修繕などによって投資が拡大する傾向がある。これは金融市場のショックとは異なる点である。そのメカニズムとしては、資本ストックの減少によって資本の実質レンタル率すなわち資本の限界生産力が上昇し、投資から得られるリターンが増加して投資が増えている。DSGE モデルにおいては、生産に使用可能な資本ストックが外生的に失われるショックを与えることによってこの状況を再現できる。本稿では、このようなショックを Capital Quality Shock（以後 CQ ショック）として理論モデルに組み込んだ。CQ ショックを DSGE モデルで扱ったものとしては Gertler and Karadi(2011) や Villa and Yang(2011) が挙げられ、本稿ではこれらの定式化を参考に CQ ショックについて扱った。

それぞれのショックに対する金融政策を分析するにあたり、本稿のモデルでは標準的な DSGE モデルにならって、中央銀行は金融政策ルールとしてテイラールールを用いていると仮定している。中央銀行は物価および GDP 安定化のために通常、インフレ率と GDP ギャップに金利を反応させていると考えられる。本稿では MEI・CQ ショック発生時にインフレ率、GDP ギャップに加えて、資産価格、投資、実質限界費用に金利を反応させた場合の経済の状態について分析した。

資産価格や投資は、将来の収益率の予想などに基づいて決まっている。その意味においてこうした変数はよりフォワードルッキングなものである。将来にわたる物価および経済の安定を目標とする中央銀行が政策を決定するうえで、それらを判断材料として用いるべきかは多くの既存研究で議論の的となっている。Bernanke and Gertler(2001) や Filardo(2001) は、資産価格の変動が GDP や物価の変動を説明するという確かな根拠がある限りにおいては、金融政策当局が資産価格に反応するべきであると指摘している。本稿でも、こうした議論に基づき金融危機や自然災害に対する金融政策として、中央銀行が資産価格や投資などに金利を反応させた場合の効果をシミュレーション分析した。分析の結果、中央銀行が金利操作によって経済安定化を図る場合、金融危機が起こった時は投資に金利を反応させることが

¹投資の限界効率（Marginal Efficiency of Investment）へのショックであるため。

有効であると分かった。また、自然災害が起こった時は実質限界費用に金利を反応させるべきであることを明らかにした。

こうした経済政策に関する実験は現実の経済で行えるものではない。本稿の貢献はまさに、このようなショックを DSGE モデルに取り込み定量的な政策分析および提言を行ったところにある。また、本稿の DSGE モデルのパラメータは、日本のデータを用いて推定された値をカリブレートして設定している。すなわち本稿が明らかにした結果は、我が国が抱える 2 大リスクに対する金融政策の実際のパフォーマンスを示唆するものである。

本稿の構成は次の通りである。第 2 節では理論モデルを構築し、第 3 節でそうしたショックが経済に与える影響のメカニズムを分析する。また、2 つの状況に応じた最適金融政策の提言も行った。第 4 節は結語であり、今後の課題などを述べる。

2 理論モデル

本稿のモデルは、投資の調整コスト、Calvo 型名目価格・名目賃金の硬直性といった摩擦要因を考慮した Smets and Wouters(2007) の中規模型ニューケインジアンモデルを日本に応用させた廣瀬 (2012) のモデルに、政府部門を内生化したものである。DSGE モデルで分析を行う最大のメリットは、ルーカス批判を回避できることである。伝統的なマクロ経済モデルである IS-LM モデルなどでは、過去のデータから限界消費性向などのパラメータを最小二乗法などで推定し IS 曲線や総需要曲線を求めることになる。しかし、こうしたパラメータは政府や中央銀行の政策スタンスに依存して変化する可能性がある。したがって、こうしたパラメータの変化を考慮していないマクロ計量モデルは批判を受けてきた。DSGE モデルは家計の効用最大化問題や、企業の利潤最大化問題をモデルに組み込んでおり、いわゆるミクロ的基礎づけがなされている。また、政策スタンスに依存しないとされるディープパラメータのみを外生的に固定して合理的意思決定を導くため、政策分析をすることも可能である。

経済には代表的家計、企業、中央銀行および政府が存在する。企業部門は最終財企業と中間財企業から構成される。中間財企業は独占的競争の下、労働と資本ストックから中間財を生産し、それを最終財企業に販売する。最終財企業は中間財を生産要素として最終財を生産する。最終財は家計の消費、投資または政府支出として使用される。中央銀行はテイラールールに従って金融政策を行う。また、本稿では政府部門を内生的に扱っており、政府は国債の発行と徴税によって財政支出および国債の償還を行う。

2.1 家計

家計 $h \in [0, 1]$ は、消費財 $C_t(h)$ 、投資財 $I_t(h)$ 、国債 $B_t(h)$ を購入し、各家計において差別化された労働サービス $l_t(h)$ を中間財生産企業に提供する。本稿では政府支出の一部であるメリット財 G_t^m が家計の効用に影響を与えると仮定する。これは、政府による消費が少なからず家計にとって有益なものであるという考えに基づいている。メリット財の例としては医療・介護や教育等が挙げられる。ここでは、廣瀬 (2012) をベースに Bouakez and Rebei(2003) などに従い、次のように家計の効用関数を表す。

$$E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t e^{z_t^b} \left(\frac{\left(\left(\omega C_t(h)^{\frac{\zeta-1}{\zeta}} + (1-\omega) G_t^m \frac{\zeta-1}{\zeta} \right)^{\frac{\zeta}{\zeta-1}} \right)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{Z_t^{1-\sigma} e^{z_t^l} l_t(h)^{1+\chi}}{1+\chi} \right),$$

ここで、 $\beta \in (0, 1)$ は主観的割引率、 $\sigma > 0$ は消費に関する異時点間代替の弾力性の逆数、 $\chi > 0$ は労働供給の弾力性の逆数、 $\zeta > 0$ は民間消費と政府消費の代替の弾力性、 $\omega \in [0, 1]$ は民間消費に対する選好ウェイトを表す。 z_t^b と z_t^l はそれぞれ主観的割引率と労働供給に関する構造ショックである。また、 Z_t は均斉成長を規定する技術水準であり、労働の不効用に関する項にこれが掛かっていることに注意されたい。これはモデルが均斉成長制約を満たすための工夫である。

家計の予算制約式は次のように与えられる。

$$C_t(h) + I_t(h) + B_t(h) = W_t(h)l_t(h) + R_t^k u_t(h) e^{z_t^c} K_{t-1}(h) + R_{t-1}^n \frac{B_{t-1}(h)}{\pi_t} - T_t(h).$$

ここで、 $\pi_t = P_t/P_{t-1}$ (P_t は物価水準) は粗インフレ率、 $W_t(h)$ は実質賃金、 R_t^k は名目粗利率、 R_t^k は資本の実質レンタル料、 $u_t(h)$ は資本稼働率、 $K_{t-1}(h)$ は資本ストック、 $T_t(h)$ は政府による一括税を表す。また、家計による投資は、次の式に従って資本ストックとして蓄積される。

$$K_t(h) = (1 - \delta(u_t)) e^{z_t^c} K_{t-1}(h) + e^{z_t^m} \left\{ 1 - S \left(\frac{I_t(h)}{I_{t-1}(h)} \frac{e^{z_t^i}}{z} \right) \right\} I_t(h).$$

z_t^c は CQ ショックであり、モデル内全ての $t-1$ 期の資本ストック K_{t-1} と社会資本ストック K_{t-1}^g にかかっている。つまり、負の CQ ショック発生時には生産に使用可能な資本ストックが外生的要因によって失われる状況を表すことになる。従って CQ ショックは、地震や台風などの災害によって工場などの生産要素が使用不可能になる状況を表すことができる。 z_t^m は MEI ショックである。 z_t^m は投資の項にかかっており、負の MEI ショック発生時には投資財の一部が資本ストックとして蓄積されない状況を表すことになる。従って MEI ショックは、金融危機に端を発する投資の限界効率の減少を表すことができる。

また、資本稼働率が高くなるにつれて、資本減耗率 δ は高くなることを仮定しており、関数 $\delta(\cdot)$ は $\delta' > 0, \delta'' > 0, \delta(u) = \delta \in (0, 1), \mu = \delta'(u)/\delta''(u) > 0$ (u は定常状態における資本稼働率) という性質を持つ。 $S(\cdot)$ は、投資の変化に伴う調整コストを表し、 $S(x) = (x-1)^2/(2\zeta^i)$ ($\zeta^i > 0$ はパラメータ) という 2 次の関数形を仮定する。 z_t^i は投資の調整コストに対するショックである。

家計の $C_t(h)$ 、 $B_t(h)$ 、 $I_t(h)$ 、 $u_t(h)$ 、 $K_{t-1}(h)$ 、に関する最適な選択を導出するために、 Λ_t 、 Λ_t^k をラグランジュ乗数として、次のようにラグランジュ関数を設定する。

$$L = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta^t \left[\begin{array}{l} e^{z_t^b} \left\{ \frac{\left(\left(\omega C_t(h)^{\frac{\zeta-1}{\zeta}} + (1-\omega) G_t^m \frac{\zeta-1}{\zeta} \right)^{\frac{\zeta}{\zeta-1}} \right)^{1-\sigma}}{1-\sigma} - \frac{Z_t^{1-\sigma} e^{z_t^l} l_t(h)^{1+\chi}}{1+\chi} \right\} \\ + \Lambda_t \left\{ \begin{array}{l} W_t(h) l_t(h) + R_t^k u_t(h) e^{z_t^c} K_{t-1}(h) + R_{t-1}^n \frac{B_{t-1}(h)}{\pi_t} \\ - T_t(h) - C_t(h) - I_t(h) - B_t(h) \end{array} \right\} \\ + \Lambda_t^k \left\{ \begin{array}{l} (1 - \delta(u_t)) e^{z_t^c} K_{t-1}(h) \\ + e^{z_t^m} \left\{ 1 - S \left(\frac{I_t(h)}{I_{t-1}(h)} \frac{e^{z_t^i}}{z} \right) \right\} I_t(h) - K_t(h) \end{array} \right\} \end{array} \right].$$

1 階の条件はそれぞれ次のようになる。なお、完備保険市場の存在を仮定することによって全ての家計は同質とみなすことができるため、各家計のインデックス (h) は省略する。

消費の限界効用

$$\left\{ \omega C_t^{\frac{\zeta-1}{\zeta}} + (1-\omega) G_t^m \frac{\zeta-1}{\zeta} \right\}^{\frac{1-\sigma\zeta}{\zeta-1}} \omega C_t^{-\frac{1}{\zeta}} e^{z_t^b} = \Lambda_t,$$

オイラー方程式

$$\beta E_t \left[\Lambda_{t+1} \frac{R_t^n}{\pi_{t+1}} \right] = \Lambda_t,$$

投資関数

$$1 = q_t \left\{ 1 - S \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \frac{e^{z_t^i}}{z} \right) - S' \left(\frac{I_t}{I_{t-1}} \frac{e^{z_t^i}}{z} \right) \frac{I_t}{I_{t-1}} \frac{e^{z_t^i}}{z} \right\} e^{z_t^m} + \beta E_t \left[\frac{\Lambda_{t+1}}{\Lambda_t} q_{t+1} S' \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \frac{e^{z_{t+1}^i}}{z} \right) \left(\frac{I_{t+1}}{I_t} \right)^2 \frac{e^{z_{t+1}^i}}{z} e^{z_{t+1}^m} \right],$$

資本稼働率関数

$$R_t^k = q_t \delta'(u_t),$$

トービンの q

$$q_t = \beta E_t \left[\frac{\Lambda_{t+1}}{\Lambda_t} e^{z_t^c} \left\{ R_{t+1}^k u_{t+1} + q_{t+1} (1 - \delta(u_{t+1})) \right\} \right].$$

ここで、 E_t は期待オペレータ、 $q_t = \Lambda_{t+1}^k / \Lambda_t$ は、いわゆるトービンの q と呼ばれるものであり、(限界効用単位で測った) 資産の実質価格を表す。

全ての家計は差別化された労働サービスを中間財企業に提供する。労働市場は独占的競争となっており、家計は賃金を自ら決定することができるが、賃金決定には Calvo 型の硬直性が存在するとする。廣瀬 (2012) と同様、 $1 - \xi_w$, ($\xi_w \in [0, 1]$) の家計は賃金を最適化することができるが、 ξ_w の家計は最適化を行えず、均斉成長率の定常値 z 、1 期前のインフレ率 π_{t-1} 、定常状態のインフレ率 π の加重平均に従い名目賃金 $P_t W_t(h)$ を決定すると仮定する。

$$P_t W_t(h) = z \pi_{t-1}^{\gamma_w} \pi^{1-\gamma_w} P_{t-1} W_{t-1}(h).$$

$\gamma_w \in [0, 1]$ は家計が 1 期前のインフレ率参照するウェイトである。

中間財生産企業は、家計の労働供給量 $l_t(i)$, ($i \in [0, 1]$) に対して

$$l_t = \left\{ \int_0^1 l_t(h)^{\frac{1}{1+\lambda_t^w}} di \right\}^{1+\lambda_t^w},$$

で定義される集計された労働サービス l_t を生産に用いる。 λ_t^w は θ_t^w を労働サービスの代替の弾力性として $\lambda_t^w = 1/(\theta_t^w - 1)$ で定義され、労働サービスの差別化の度合いを表すパラメータであり、賃金のマークアップ率に相当する。ここから中間財企業の家計 h の労働サービスに対する労働需要関数を以下のように得る。

$$l_t(h) = \left\{ \frac{W_t(h)}{W_t} \right\}^{-\frac{1+\lambda_t^w}{\lambda_t^w}} l_t.$$

家計はこの労働需要関数を所与として、効用を最大化する賃金を選択する。1 階の条件は次のようになる。

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} \left[\begin{aligned} & (\beta \xi_w)^j \frac{\Lambda_{t+j} l_{t+j}}{\lambda_{t+j}^w} \left[\frac{z^j W_t^o}{W_{t+j}} \prod_{k=1}^j \left\{ \left(\frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_w} \frac{\pi}{\pi_{t+k}} \right\} \right]^{-\frac{1}{\lambda_{t+j}^w} - 1} \\ & \times \left\{ z^j W_t^o \prod_{k=1}^j \left\{ \left(\frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_w} \frac{\pi}{\pi_{t+k}} \right\} - \left(1 + \lambda_{t+j}^w \right) \frac{e^{z_{t+1}^b z_{t+1}^i} Z_{t+j}^{1-\sigma}}{\Lambda_{t+j}} \right\} \\ & \times \left(l_{t+j} \left[\frac{z^j W_t^o}{W_{t+j}} \prod_{k=1}^j \left\{ \left(\frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_w} \frac{\pi}{\pi_{t+k}} \right\} \right]^{-\frac{1}{\lambda_{t+j}^w} - 1} \right)^\chi \end{aligned} \right] = 0.$$

ここで、 W_t^o は t 期の最適化された賃金である。

2.2 最終財企業

最終財企業は、完全競争の下、中間財 $Y_t(f)$, $f \in [0, 1]$ から次の生産技術を用いて最終財 Y_t を製造する。

$$Y_t = \left(\int_0^1 Y_t(f)^{\frac{1}{1+\lambda_t^p}} df \right)^{1+\lambda_t^p}.$$

ここで、 λ_t^p は、 $\theta_t^p > 1$ をそれぞれの中間財の代替の弾力性として、 $\lambda_t^p = 1/(\theta_t^p - 1) > 0$ と定義される変数であり、価格マークアップ率を表す。最終財企業は、最終財価格 P_t と中間財 f の価格 $P_t(f)$ を所与として利潤を最大化するような中間財の投入量 $Y_t(f)$ を決定する。

1 階の条件は、

$$Y_t(f) = \left\{ \frac{P_t(f)}{P_t} \right\}^{-\frac{1+\lambda_t^p}{\lambda_t^p}} Y_t,$$

となる。また、最終財価格は次のように表される。

$$P_t = \left\{ \int_0^1 P_t(f)^{-\frac{1}{\lambda_t^p}} df \right\}^{-\lambda_t^p}.$$

最終財は消費されるか、投資されるか、政府支出に使われることになる。よって、最終財の資本制約は、

$$Y_t = C_t + I_t + G_t^m + G_t^i + G_t^s,$$

となる。ここで、 G_t^i は社会資本投資、 G_t^s はその他の政府支出を表す。

2.3 中間財企業

中間財企業 f ($f \in [0, 1]$) は、独占的競争の下、家計によって提供された労働サービス $l_t(f)$ と稼働資本ストック $u_t K_{t-1}(f)$ 、そして社会資本ストック K_{t-1}^g を用いて差別化された中間財 $Y_t(f)$ を生産する。中間財企業の生産関数は、

$$Y_t(f) = Z_t^{1-\alpha-\nu} l_t(f)^{1-\alpha} \left(u_t e^{z_t^c} K_{t-1}(f) \right)^\alpha \left(\frac{e^{z_t^c} K_{t-1}^g}{y} \right)^\nu - \Phi Z_t,$$

と表される。ここで、 $\alpha \in (0, 1)$ は生産投入に占める資本の比率、 ν は社会資本効果の程度、 y はトレンド除去後の生産量の定常値、 $-\Phi Z_t$ は Φ を正のパラメータとして生産にかかる固定費用を表している。また、社会資本ストック K_t^g は政府の社会資本投資 G_t^i によって次のように蓄積される。

$$K_t^g = (1 - \delta^g) e^{z_t^c} K_{t-1}^g + e^{z_t^m} G_t^i.$$

ここで、 δ^g は社会資本の減耗率を表す。 Z_t は中間財の生産に関する技術水準を表し、次の確率過程に従うと仮定する。

$$\ln Z_t = \ln z + \ln Z_{t-1} + z_t^z.$$

z_t^z は技術進歩率への外生ショックを表す。

上記の生産技術の下、中間財企業は、実質賃金 W_t と資本の実質レンタル料 R_t^k を所与として、生産費用を最小化するように労働サービス $l_t(f)$ と稼働資本ストック $u_t K_{t-1}(f)$ の投入量を決定する。この問題のラグランジュ関数は次のように設定される。

$$L = W_t l_t(f) + R_t^k u_t e^{z_t^c} K_{t-1}(f) + mc_t(f) \left\{ Y_t(f) - Z_t^{1-\alpha-\nu} l_t(f)^{1-\alpha} \left(u_t e^{z_t^c} K_{t-1}(f) \right)^\alpha \left(\frac{e^{z_t^c} K_{t-1}^g}{y} \right)^\nu + \Phi Z_t \right\}.$$

ここで、ラグランジュ乗数 $mc_t(f)$ は中間財の生産にかかる実質限界費用と解釈できる。1階の条件から、実質限界費用は、実質賃金、資本の実質レンタル料および社会資本ストックなどによって表され、全ての中間財企業にとって同じになる。よって、中間財のインデックス (f) は省略される。

$$mc_t = \left(\frac{W_t}{(1-\alpha) Z_t} \right)^{1-\alpha} \left(\frac{R_t^k}{\alpha} \right)^\alpha \left(\frac{e^{z_t^c} K_{t-1}^g}{y Z_t} \right)^{-\nu}.$$

同じく1階の条件から、費用最小化条件は次のようになる。

$$\frac{u_t e^{z_t^c} K_{t-1}}{l_t} = \frac{\alpha W_t}{(1-\alpha) R_t^k}.$$

中間財は最終財企業に需要されることから、中間財企業の生産量を集計すると

$$Y_t d_t = Z_t^{1-\alpha-\nu} l_t^{1-\alpha} \left(u_t e^{z_t^c} K_{t-1} \right)^\alpha \left(\frac{e^{z_t^c} K_{t-1}^g}{y} \right)^\nu - \Phi Z_t,$$

となる。ここで、 $d_t = \int_0^1 \{P_t(f)/P_t\}^{\frac{1+\lambda_t^p}{\lambda_t^p}} df$ は中間財価格のばらつきを表す。中間財企業の価格決定には Calvo 型の価格硬直性が存在し、 $1 - \xi_p$ ($\xi_p \in [0, 1]$) の企業が価格を最適化することができるが、 ξ_p の企業は最適化せずに

$$P_t(f) = \pi_{t-1}^{\gamma_p} \pi^{1-\gamma_p} P_{t-1}(f),$$

のように1期前のインフレ率と定常状態のインフレ率の加重平均に従い価格を決定する。なお、 $\gamma_p \in [0, 1]$ は、中間財企業が1期前のインフレ率を参照するウェイトである。中間財企業は最終財企業の間接財需要を所与として利潤を最大化するような価格を選ぶ。1階の条件は次のようになる。

$$E_t \sum_{j=0}^{\infty} \left[(\beta \xi_p)^j \frac{\Lambda_{t+1}}{\Lambda_t} \frac{1}{\lambda_t^p} \left[p_t^o \prod_{k=1}^j \left\{ \left(\frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_p} \frac{\pi}{\pi_{t+k}} \right\} \right]^{-\frac{1+\lambda_{t+j}^p}{\lambda_{t+j}^p}} Y_{t+j} \right] = 0.$$

$$\times \left[p_t^o \prod_{k=1}^j \left\{ \left(\frac{\pi_{t+k-1}}{\pi} \right)^{\gamma_p} \frac{\pi}{\pi_{t+k}} \right\} - (1 + \lambda_{t+j}^p) mc_{t+j} \right]$$

ここで、 $p_t^o = P_t^o/P_t$ であり、 P_t^o は最適化された価格である。

2.4 中央銀行

中央銀行は名目利子率を調整することによって金融政策を行う。利子率の調整はテイラー型の金融政策ルールに従うものとする。すなわち、インフレ率の前年比の目標インフレ率からの乖離と生産ギャップに応じて、利子率を調整する。廣瀬(2012)にならい次のようにベースラインの金融政策ルールを想定する。

$$\ln R_t^n = \phi^r \ln R_{t-1}^n + (1 - \phi^r) \left\{ \ln R^n + \phi_\pi^r \left(\frac{1}{4} \sum_{j=0}^3 \ln \frac{\pi_{t-j}}{\pi} \right) + \phi_y^r \ln \frac{Y_t}{Y_t^*} \right\} + z_t^r.$$

ここで、 $\phi^r \in [0, 1]$ は金利スムージングの度合いを示すパラメータ、 R^n は名目利子率の定常値、 $\phi_\pi^r, \phi_y^r \geq 0$ はそれぞれインフレ率と GDP ギャップに対する利子率の反応を示す。 z_t^r は金融政策ショックであり、ルールに従った対応からの乖離を表す。また、潜在生産量 Y_t^* は次のように定義される。

$$Y_t^* = Z_t^{1-\alpha-\nu} l^{1-\alpha} (k Z_{t-1})^\alpha \left(\frac{k^g Z_{t-1}}{y} \right) - \Phi Z_t.$$

ここで、 l は労働サービスの定常値、 k はトレンド除去後の資本ストックの定常値、 k^g はトレンド除去後の社会資本ストックの定常値である。つまり、 $\ln(Y_t/Y_t^*)$ は生産要素投入量が定常状態にある場合の生産量からの乖離で測った GDP ギャップである。

次節では、上記のベースラインの金融政策ルールに資産価格や投資、実質限界費用といった変数を加え、CQ ショックと MEI ショックに対する最適な金融政策ルールについて分析した。その際の金融政策ルールは次節で示されている。

2.5 政府

政府は国債の新規発行、徴税、および財政支出を行う。政府の予算制約式は以下のように入えられる。

$$G_t^m + G_t^i + G_t^s + R_{t-1}^n \frac{B_{t-1}}{\pi_t} = B_t + T_t.$$

一括税の徴税ルールは酒井ほか(2015)を参考に次のように定式化する。

$$\ln T_t = \phi^\tau (\ln T_{t-1} + \ln z) + (1 - \phi^\tau) \left\{ \ln Z_t^\tau + \phi_y^\tau \ln \left(\frac{Y_{t-1}}{Y_{t-1}^*} \right) + \phi_b^\tau \ln \left(\frac{B_{t-1}/Y_{t-1}}{b^{tar}} \right) \right\}.$$

右辺の第1項は前期の徴税の慣性の影響を表し、第2項は前期のGDPギャップに対する反応、第3項は前期の政府債務残高対GDP比率に対する反応を表している。ここで、 $\phi^\tau \in [0, 1)$ は前期の徴税の慣性の影響を表すパラメータ、 ϕ_y^τ は景気安定化ルールの感応度を表すパラメータ、 ϕ_b^τ は債務残高安定化ルールの感応度を表すパラメータ、 τ はトレンド除去後の一括税の定常状態、 b^{tar} は政府債務残高対GDP比率の目標値である。

財政支出はメリット財 G_t^m 、社会資本投資 G_t^i 、その他の政府支出 G_t^s に分けられ、酒井ほか(2015)を参考に以下のとおりフィードバックルールで定式化する。

メリット財

$$\ln G_t^m = \phi^{gm} (\ln G_{t-1}^m + \ln z) + (1 - \phi^{gm}) \left\{ \ln Z_t g^m + \phi_y^{gm} \ln \left(\frac{Y_{t-1}^*}{Y_{t-1}} \right) + \phi_b^{gm} \ln \left(\frac{B_{t-1}/Y_{t-1}}{b^{tar}} \right) + \phi_c^{gm} \ln \left(\frac{yC_t}{cY_t} \right) \right\},$$

社会資本投資

$$\ln G_t^i = \phi^{gi} (\ln G_{t-1}^i + \ln z) + (1 - \phi^{gi}) \left\{ \ln Z_t g^i + \phi_y^{gi} \ln \left(\frac{Y_{t-1}^*}{Y_{t-1}} \right) + \phi_b^{gi} \ln \left(\frac{B_{t-1}/Y_{t-1}}{b^{tar}} \right) \right\},$$

その他の政府支出

$$\ln G_t^s = \phi^{gs} (\ln G_{t-1}^s + \ln z) + (1 - \phi^{gs}) \left\{ \ln Z_t g^s + \phi_y^{gs} \ln \left(\frac{Y_{t-1}^*}{Y_{t-1}} \right) + \phi_b^{gs} \ln \left(\frac{B_{t-1}/Y_{t-1}}{b^{tar}} \right) \right\}.$$

それぞれ右辺第1項は前期の支出の慣性の影響を表しており、その他の項では、前期のGDPギャップ、前期の政府債務残高対GDP比によって支出を増減させることを表す。また、メリット財に関しては、医療や介護等にかかる民間支出に対して、国庫負担分の政府消費が追随する逆因果を考慮するために $\phi_c^{gm} \ln(yC_t/cY_t)$ の項が入っている。ここで、 c はトレンド除去後の消費の定常値、 ϕ^{gm} 、 ϕ^{gi} 、 $\phi^{gs} \in [0, 1)$ は前期の支出の慣性の影響を表すパラメータ、 ϕ_y^{gm} 、 ϕ_y^{gi} 、 ϕ_y^{gs} は景気安定化ルールの感応度を表すパラメータ、 ϕ_b^{gm} 、 ϕ_b^{gi} 、 ϕ_b^{gs} は債務残高安定化ルールの感応度を表すパラメータ、 ϕ_c^{gm} はメリット財支出の民間消費の追随の程度を表すパラメータ、 g^m 、 g^i 、 g^s はトレンド除去後の各政府支出の定常値である。

2.6 構造ショック

本モデルには、8つの構造ショック（技術ショック z_t^z 、消費者の選好ショック z_t^b 、賃金ショック z_t^w 、投資の調整費用ショック z_t^i 、価格マークアップショック z_t^p 、金融政策ショック z_t^r 、MEIショック z_t^m 、CQショック z_t^c ）が含まれている。それぞれのショックは、定常な1階の自己回帰過程に従うと仮定する。

$$z_t^x = \rho_x z_{t-1}^x + \epsilon_t^x.$$

ここで、 $x \in \{z, b, w, i, p, r, m, c\}$ について、 $\rho_x \in [0, 1)$ は自己回帰係数を表し、 ϵ_t^x は平均0、分散 σ_x^2 の正規分布に従うものとする。自己回帰係数 ρ_x の値が大きいほど前期の影響を強く受けることになる。つまり、 ρ_x の値はショックの持続性の大きさを表している。

以上のモデルは非線形方程式体系であり、このままでは分析が困難であるため、対数線形近似をする必要がある。本稿では廣瀬(2012)に従い、トレンドを持つ変数のトレンドを除去し、定常状態を求め、その定常状態からの乖離率を用いて分析を行う。各変数の定常状態からの乖離率 \tilde{x}_t は、その変数の定常状態を x として、次のように定義される。

$$\tilde{x}_t = \ln \left(\frac{x_t}{x} \right)$$

本稿のモデルの式体系を対数線形近似したものは巻末の補論に掲載している。

次節では、このモデルをもとにシミュレーションを行う。本稿のモデルのトレンドを除去し、対数線形近似をした後は、Sims(2002)の方法に従って以下のように行列表示する。

$$\Gamma_0 s_t = \Gamma_1 s_{t-1} + \Psi_0 \varepsilon_t + \Pi_0 \eta_t.$$

ここで、 $\Gamma_0, \Gamma_1, \Psi_0, \Pi_0$ は構造パラメータによって表される係数行列であり、 s_t は内政変数のベクトル、 ε_t は外生ショックのベクトルである。 η_t は $E_t \eta_{t+1} = 0, \forall t$ を満たす予測誤差ベクトルである。モデルの解が一意に決まる場合、この式は以下のように解ける。

$$s_t = \Psi_1 s_{t-1} + \Psi_\varepsilon \varepsilon_t.$$

Ψ_1, Ψ_ε はモデルの構造、あるいは構造パラメータによって規定される行列であるため、内生変数のベクトル s_t は制約付き VAR(1) 過程に従うことになる。そのため、通常の時系列分析の手法を用いることができる。本稿では、内生変数となっている各変数の定常値からの乖離率をプロットし、インパルス応答を見てその性質を分析したほか、上記の解をデータジェネレーションプロセス (DGP) とみなし、確率的シミュレーションによって厚生分析を行った。

2.7 パラメータおよび定常状態の設定

パラメータの値に関しては、主に廣瀬 (2012) の推定を基に設定した。廣瀬 (2012) では日本のマクロ経済データを用いてベイズ推定によってパラメータを推定しており、本稿の分析においても妥当な値であると考えられる。徴税や財政支出に関するパラメータの値は酒井ほか (2015) の推定を基に設定している。酒井ほか (2015) では、廣瀬 (2012) のモデルに政府部門を組み込んだモデルにおいて、日本のデータを用いてベイズ推定によってパラメータを推定している。また、民間消費とメリット財の補完性に関するパラメータの値は宮本・加藤 (2014)、CQ ショックに関するパラメータの値は Villa and Yang (2011) を参考にした。これらのパラメータおよび定常状態の値は表 1・2 にまとめられている。

3 厚生分析

3.1 ベースライン・シミュレーション

以上の設定のもと、MEI・CQ ショックに対するインパルス応答、すなわち、縦軸を各変数の定常状態からの乖離率、横軸を時間と置いてその推移をみていく。まず、図 2 では負の MEI ショック ($\epsilon_1^m = -90$) に対するインパルス応答を示している。なお、MEI ショックの大きさに関しては、生産量の定常状態からの乖離率が約マイナス 5% になるように設定した。これは、2008 年の金融危機の際に、ユーロ圏やアメリカなどが 5% 程度の GDP の低下を経験したことを踏まえたためである。

MEI ショックによって投資の限界効率が損なわれ、投資が減少し、資本ストックが減少している。そして、投資への需要低下や生産要素の減少などに伴って生産量が低下している。また、労働の限界生産力すなわち実質賃金の低下などの影響を受けて、実質限界費用が低下

表 1: パラメータの設定

パラメータ	値	ソース
σ	異時点間代替の弾力性の逆数	1.813 廣瀬 (2012)
χ	労働供給の弾力性の逆数	5.227 廣瀬 (2012)
$1/\zeta^i$	投資の調整コスト	8.498 廣瀬 (2012)
μ	稼働率の調整コスト	1.844 廣瀬 (2012)
ϕ	固定費用の対 GDP 比率	0.067 廣瀬 (2012)
γ_w	賃金の粘着性の程度	0.356 廣瀬 (2012)
ξ_w	賃金を最適化できない家計の割合	0.503 廣瀬 (2012)
γ_p	価格の粘着性の程度	0.198 廣瀬 (2012)
ξ_p	価格を最適化できない企業の割合	0.701 廣瀬 (2012)
λ_p	価格マークアップ率	0.609 廣瀬 (2012)
ϕ^r	金利スミージングの度合い	0.733 廣瀬 (2012)
ϕ_π^r	インフレ反応の程度	1.778 廣瀬 (2012)
ϕ_y^r	GDP ギャップ反応の程度	0.044 廣瀬 (2012)
z	グロスの技術進歩率の定常値	1.0013 廣瀬 (2012)
l	グロスの人口成長率の定常値	0.998 廣瀬 (2012)
π	グロスのインフレ率の定常値	1.0018 廣瀬 (2012)
R	R_t^n / π_t の定常値	1.00586 廣瀬 (2012)
δ	資本減耗率	0.015 廣瀬 (2012)
α	資本分配率	0.37 廣瀬 (2012)
λ_w	賃金マークアップ率	0.2 廣瀬 (2012)
ρ_p	価格マークアップショックの持続性	0.979 廣瀬 (2012)
ρ_i	投資の調整費用ショックの持続性	0.544 廣瀬 (2012)
ρ_w	賃金ショックの持続性	0.258 廣瀬 (2012)
ρ_b	選好ショックの持続性	0.908 廣瀬 (2012)
ρ_z	技術ショックの持続性	0.032 廣瀬 (2012)
ρ_r	金融政策ショックの持続性	0.481 廣瀬 (2012)
ρ_m	MEI ショックの持続性	0.544 廣瀬 (2012)
ρ_c	CQ ショックの持続性	0.400 Villa and Yang(2011)

表 2: パラメータの設定

	パラメータ	値	ソース
b^{tar}	政府債務対 GDP 比率の目標値	0.5	酒井ほか (2015)
ϕ^τ	税制の慣性の程度	0.7754	酒井ほか (2015)
ϕ_y^τ	税制の景気安定化ルール係数	0.1330	酒井ほか (2015)
ϕ_b^τ	税制の債務残高安定化ルール係数	0.0603	酒井ほか (2015)
g^m/y	メリット財支出対 GDP 比率	0.083	酒井ほか (2015)
g^i/y	社会資本投資対 GDP 比率	0.050	酒井ほか (2015)
g^s/y	その他の政府支出対 GDP 比率	0.067	酒井ほか (2015)
δ^g	社会資本の減耗率	0.01	酒井ほか (2015)
ν	社会資本効果の程度	0.0459	酒井ほか (2015)
ϕ^{gm}	G_t^m の慣性の程度	0.9573	酒井ほか (2015)
ϕ^{gi}	G_t^i の慣性の程度	0.8916	酒井ほか (2015)
ϕ^{gs}	G_t^s の慣性の程度	0.9397	酒井ほか (2015)
ϕ_y^{gm}	G_t^m の景気安定化ルール係数	0.1196	酒井ほか (2015)
ϕ_y^{gi}	G_t^i の景気安定化ルール係数	0.1213	酒井ほか (2015)
ϕ_y^{gs}	G_t^s の景気安定化ルール係数	0.1168	酒井ほか (2015)
ϕ_b^{gm}	G_t^m の債務残高安定化ルール係数	0.1285	酒井ほか (2015)
ϕ_b^{gi}	G_t^i の債務残高安定化ルール係数	-0.2589	酒井ほか (2015)
ϕ_b^{gs}	G_t^s の債務残高安定化ルール係数	0.1081	酒井ほか (2015)
ϕ_c^{gm}	G_t^m の民間消費追随係数	0.1044	酒井ほか (2015)
ω	選好ウェイト	0.6	宮本・加藤 (2014)
ζ	民間/政府消費の代替の弾力性	0.4	宮本・加藤 (2014)

している。実質限界費用は価格マークアップの程度を表すことから、実質限界費用の減少とともにデフレが起こっている。最後に、資本ストックの減少により資本の限界生産力および実質レンタル料が上昇していることや、投資を減らす代わりに資本ストックを温存するために資本稼働率を低下させていることなどを理由に資産価格が上昇している。

次に、図3では負のCQショック ($\epsilon_1^c = -7.97$) に対するインパルス応答を示している。なお、CQショックの大きさに関しては、以下で定義する厚生損失がMEIショック発生時と同程度になるように設定した。CQショックによって資本ストックが外生的に減少し、それに伴って生産量の減少が起こっている。また、資本の限界生産力および資本ストックの実質レンタル料が上昇することにより、投資から得るリターンが増加し、投資への需要は高まっている。実質限界費用は、実質レンタル料の上昇、社会資本ストックの減少およびCQショックそのものの影響を受けて上昇している。前述の通り、実質限界費用は価格マークアップの程度を表すので、実質限界費用の上昇とともにインフレが起こっている。

この2つのショックに対する経済の反応は、資本ストックの減少とともに生産量が減少しているという点では共通しているが、物価や投資、実質限界費用などの動きは異なっている。以下では、こうした相違点が、それぞれのショックに対する望ましい金融政策にどのような影響を与えるのかについて分析を行う。

3.2 望ましい金融政策ルール

3.1節では、ベースラインの金融政策ルールとして、インフレ率とGDPギャップに金利を反応させているが、本節では他の変数に金利を反応させた場合の金融政策のパフォーマンスを分析する。まず、第1期にMEI・CQショックを与える。その際に、中央銀行が従っているベースラインの金融政策ルールに変更を加え、それぞれのショックに対して最も厚生損失を小さくする金融政策ルールを探し出す。本稿の分析では、ベースラインの金融政策ルールに資産価格、投資、実質限界費用を1つずつ加えていく。

これらの変数を分析対象にしたのは、既存研究の議論および中央銀行の政策運営の実情を考慮したためである。まず、金利を資産価格に反応させることに関しては2000年代後半から議論が活発になっている。資産価格は将来にわたる資本による期待収益などを反映しており、よりフォワードルッキングな変数になっている。そのため、将来にわたる物価および経済の安定を目標としている中央銀行が資産価格の動向をみて政策運営を行っていると考えるのは妥当である。よって、本稿でも資産価格をテイラールールに加えることについて分析した。

次に、投資に関しては、中央銀行が金融システム全体のリスクを分析・評価し政策運営を行うといういわゆるマクロプルーデンス政策を考慮した。中央銀行は銀行のレバレッジ比率や貸出量などを観察可能であり、こうした動きを反映して政策運営を行っている。本稿のモデルでは、銀行貸し出しなどを明示的に取り扱っていないが、投資を代理変数として金融政策ルールに加えることで、中央銀行がそうした金融環境を評価する変数を金利に反映させていると解釈できる。

ベースラインの金融政策ルールにおけるGDPギャップは、生産投入量が定常状態にある場合の生産量からの乖離で測ったものである。これは、中央銀行が政策運営上、平均的な生産量を潜在生産量として使用しているという仮説に基づいているが、このような潜在生産量は理論整合的ではない。理論整合的な潜在生産量とは、価格が伸縮的な状況の下での生産量である。すなわち、理論整合的なGDPギャップは、理論整合的な潜在生産量と実際の生産

量との差で測ったものである。本稿のモデルではこうした潜在生産量を明示的に扱っていないが、理論整合的な GDP ギャップと実質限界費用の間には比例的な関係があることが知られている。中央銀行が異なる定義の GDP ギャップに金利を反応させたケースを分析するために、本稿では実質限界費用を理論整合的な GDP ギャップの代理変数としてベースラインの金融政策ルールに加えた。

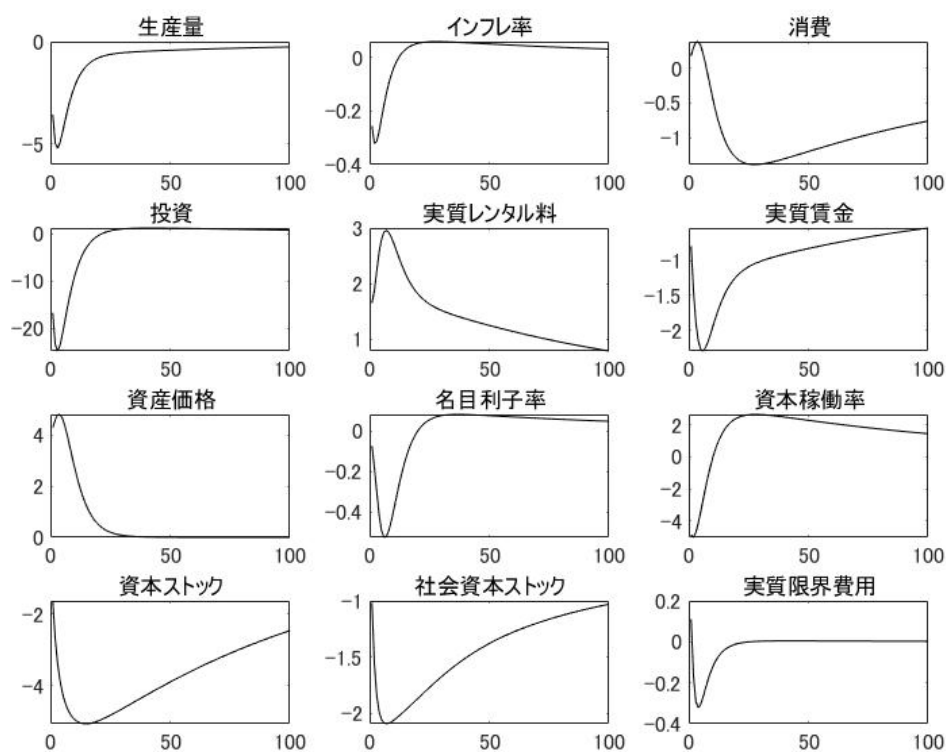


図 2: MEI ショックに対するインパルス応答 (定常状態からの乖離率、%表示)

(注) MEI ショックを与えた場合の各変数のインパルス応答を示す。ショックの大きさは、2008 年の金融危機発生時に世界経済が 5%程度の GDP の低下を経験したことにならない、生産量の定常状態からの乖離率が約マイナス 5%になるように設定した。 $(\epsilon_1^m = -90)$

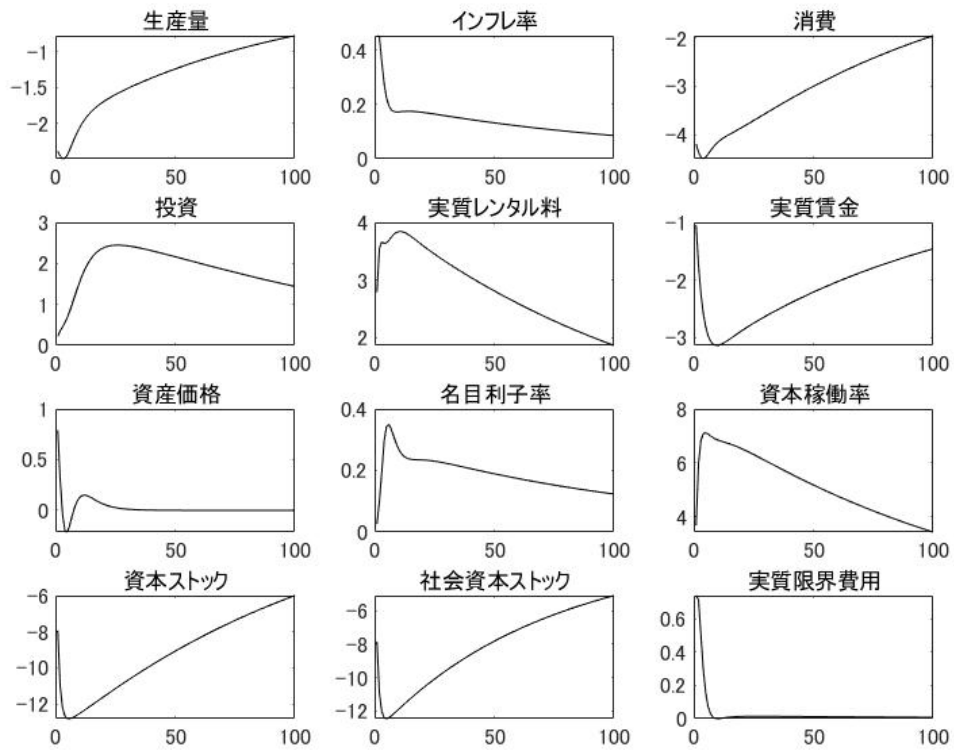


図 3: CQ ショックに対するインパルス応答 (定常状態からの乖離率、%表示)

(注) CQ ショックを与えた場合の各変数のインパルス応答を示す。ショックの大きさは MEI ショックを与えた場合と厚生損失の値が同程度になるように設定した。 $(\epsilon_1^c = -7.97)$

ベースラインの金融政策ルールを対数線形近似すると次のようになる。なお、ここで金融政策ショックはないものとする。 $(z_t^r = 0)$

$$\tilde{R}_t^n = \phi^r \tilde{R}_{t-1}^n + (1 - \phi^r) \left\{ \phi_\pi^r \left(\frac{1}{4} \sum_{j=0}^3 \tilde{\pi}_{t-j} \right) + \phi_y^r (\tilde{y}_t - \tilde{y}_t^*) \right\}.$$

このベースラインのルールに資産価格、投資、実質限界費用を加えるとそれぞれ次のようになる。

資産価格を加える場合

$$\tilde{R}_t^n = \phi^r \tilde{R}_{t-1}^n + (1 - \phi^r) \left\{ \phi_\pi^r \left(\frac{1}{4} \sum_{j=0}^3 \tilde{\pi}_{t-j} \right) + \phi_y^r (\tilde{y}_t - \tilde{y}_t^*) + \phi_q^r \tilde{q}_t \right\},$$

投資を加える場合

$$\tilde{R}_t^n = \phi^r \tilde{R}_{t-1}^n + (1 - \phi^r) \left\{ \phi_\pi^r \left(\frac{1}{4} \sum_{j=0}^3 \tilde{\pi}_{t-j} \right) + \phi_y^r (\tilde{y}_t - \tilde{y}_t^*) + \phi_i^r \tilde{i}_t \right\},$$

実質限界費用を加える場合

$$\tilde{R}_t^n = \phi^r \tilde{R}_{t-1}^n + (1 - \phi^r) \left\{ \phi_\pi^r \left(\frac{1}{4} \sum_{j=0}^3 \tilde{\pi}_{t-j} \right) + \phi_y^r (\tilde{y}_t - \tilde{y}_t^*) + \phi_{mc}^r \tilde{m}c_t \right\}.$$

ここで、 ϕ_q^r 、 ϕ_i^r 、 ϕ_{mc}^r はそれぞれ当期の資産価格、投資、実質限界費用の定常状態からの乖離率に名目利率をどれだけ反応させるかを表すパラメータである。これら3つのテイラールールのうち、どれが厚生損失を最小にするのかを分析した。

厚生損失に関しては、Benigno and Woodford(2005) や Bodenstein et al(2008) などを参考に次のように定義する。

$$\sum_{t=1}^n \beta^t \tilde{y}_t^2 + \sum_{t=1}^n \beta^t \tilde{\pi}_t^2,$$

\tilde{y}_t 、 $\tilde{\pi}_t$ はそれぞれ生産量 (GDP)、インフレ率の定常状態からの乖離率である。生産量やインフレ率が定常状態から乖離する状態は望ましくないと考えられるので、厚生損失はこれらの2乗の割引和となっている。本稿では $n = 100$ とした。これは第1期に発生させた MEI・CQ ショックによって定常状態から乖離した経済が、概ね元の状態に収束する期間を考慮したためである。このように定義した厚生損失が小さいければ小さいほど望ましいと言える。視覚的には、図2や図3において乖離率ゼロの位置に水平線を引き、その水平線とインパルス応答を示す線の間の面積が小さいほうが望ましいと言える。例えば、図2のような MEI ショックを与えた時の厚生損失は 181.3528、図3のような CQ ショックを与えた時の厚生損失は 181.4281 であった。

表3は、MEI ショックと CQ ショックに対して、中央銀行が上記の3つのテイラールールに従った際に、それぞれのルールで厚生損失を最小にするパラメータの値とその時の厚生損失を記している。²例えば、MEI ショック発生時にテイラールールに資産価格を加えた場合、

²パラメータの値については、 $-10.00 \leq \phi_x^r \leq 10.00, x \in (q, i, mc)$ という範囲を設け、0.01 刻みで最適パラメータを探している。

$\phi_q^r = -0.36$ の時に厚生損失を最も小さくし、その時の厚生損失は 70.0432 である。ベースラインの金融政策ルールに従っている時は、厚生損失が 181.3528 であるので、金融政策ルールの変更によって厚生損失が小さくなっていることが分かる。結果を要約すると、MEI ショックの時は投資に、CQ ショックの時は実質限界費用に金利を反応させるように金融政策ルールを変更させる場合に厚生損失を最も小さくしている。この結果の直観的説明は次の通りである。

表 3: 最適金融政策

ショック	最適パラメータ	厚生損失
MEI	baseline	181.3528
	$\phi_q^r = -0.36$	70.0432
	$\phi_i^r = 0.24$	63.6228
	$\phi_{mc}^r = 10.00$	161.3778
CQ	baseline	181.4281
	$\phi_q^r = -0.69$	171.9532
	$\phi_i^r = 0.03$	180.8133
	$\phi_{mc}^r = -1.13$	150.2773

(注) MEI・CQ ショックを与えた場合の厚生損失を示す。各ショックの第 1 行目はベースラインの金融政策ルールに従っているケースを表している。第 2・3・4 行目はそれぞれ、資産価格、投資、限界費用を金融政策ルールに追加し、その下で厚生損失を最小にするパラメータとその時の厚生損失を表している。

MEI ショックに対しては、投資に金利を反応させ、 $\phi_i^r = 0.24$ とすることで厚生損失を 63.6228 まで低下させている。つまり、1%の投資の減少に対して 0.24% 名目利子率を下げるようなルールである。家計の投資に関する 1 階の条件からも分かるように、MEI ショックは投資の減少を通じて経済に影響を与えるショックであったため、中央銀行がその投資の動向を鑑みて適切に金利操作を行うことで反循環的な効果が生まれ、厚生が改善したと考えられる。また、投資は家計の最適化行動と期待によって規定されるフォワードルッキングなものであり、そうした変数に反応することで経済が安定化されている。図 4 は、中央銀行がベースラインのテイラールールに従った場合と、変更を加えた場合の MEI ショックに対するインパルス応答を示している。投資に反応させる場合では、MEI ショック後の投資の減少に反応してベースラインの場合より大幅な利下げがなされている。これによって投資が刺激され、生産量の増加につながっている。利下げによって、ベースラインの場合よりインフレ率は上昇しているが、生産量の増加による厚生損失低下の効果が、インフレ率上昇による厚生損失増大の効果を上回っている。

CQ ショックに対しては、実質限界費用に金利を反応させ、 $\phi_{mc}^r = -1.13$ とすることで厚生損失を 150.2773 まで低下させている。つまり、1%の実質限界費用の上昇に対して 1.13% 名目利子率を下げるようなルールである。CQ ショックは供給面へのショックであり、生産量の減少とともにインフレが起こっている。そのため、利下げによって生産量を引き上げるとさらにインフレが起こってしまう。このトレードオフがあるため、MEI ショックの場合と比べると、金融政策による厚生損失の変化は小さい。図 5 は、中央銀行がベースラインのテイラールールに従った場合と、変更を加えた場合の CQ ショックに対するインパルス応答を示している。ベースラインの金融政策ルールに実質限界費用を加えた場合、CQ ショック後に

実質限界費用が上昇するため、それに伴って名目利率が低下する。名目利率の低下は直接的に実質利率を低下させるとともに、利下げによるインフレ率の上昇によって間接的にも実質利率は低下させる。この実質利率の低下により、生産量が大きく回復している。インフレ率はベースラインの場合より、上昇してしまうが生産量の回復による厚生効果がそれを上回っている。

以上の分析から MEI ショックと CQ ショックに対してでは、最適な金融政策ルールが異なることが明らかになった。MEI ショック発生時は投資、CQ ショック発生時は実質限界費用の変動を考慮した金融政策ルールが有効である。

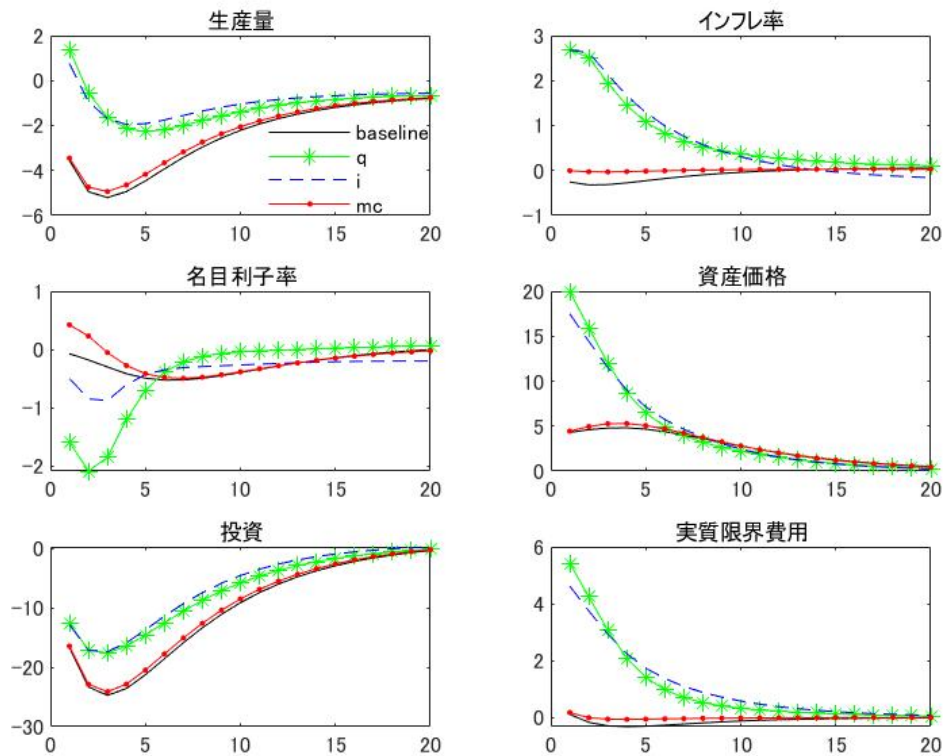


図 4: MEI ショックに対する安定化政策

(注) 第 1 期に MEI ショックを与えた場合の第 20 期まで各変数のインパルス応答を示す。実線はベースラインの金融政策ルールに従っているケースを表している。アスタリスクマークの線、破線、点マークの線はそれぞれ、資産価格、投資、実質限界費用を金融政策ルールに追加し、その下で厚生損失を最小にするようにパラメータを設定してケースを表している。

$$(\phi_q^r = -0.36, \phi_i^r = 0.24, \phi_{mc}^r = 10.00)$$

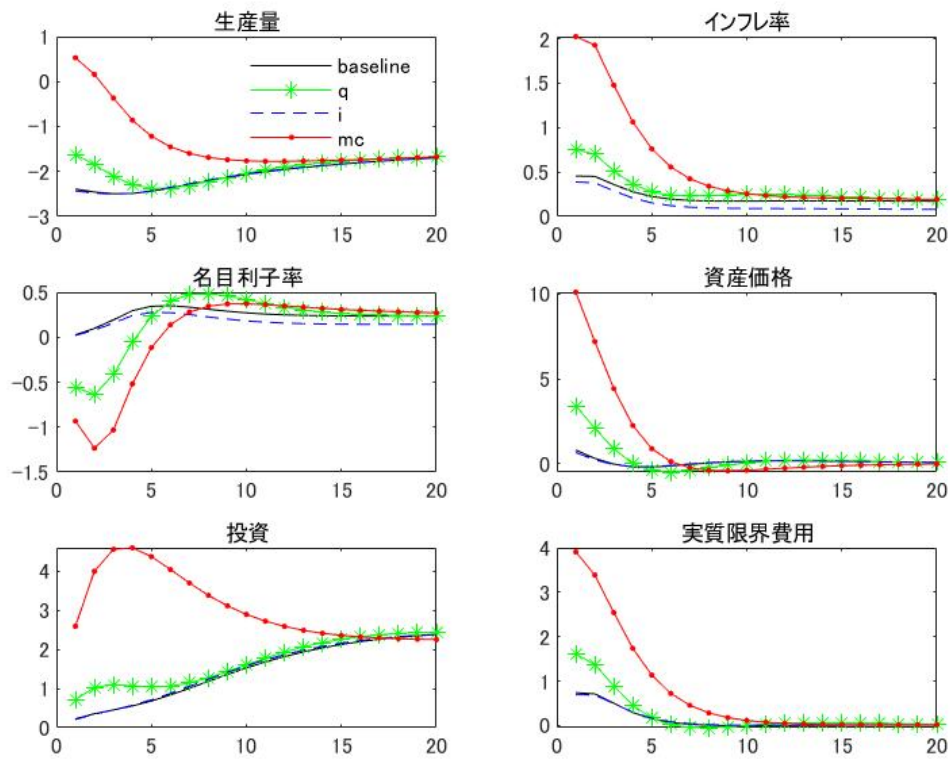


図 5: CQ ショックに対する安定化政策

(注) 第 1 期に CQ ショックを与えた場合の第 20 期まで各変数のインパルス応答を示す。実線はベースラインの金融政策ルールに従っているケースを表している。アスタリスクマークの線、破線、点マークの線はそれぞれ、資産価格、投資、実質限界費用を金融政策ルールに追加し、その下で厚生損失を最小にするようにパラメータを設定してケースを表している。

$$(\phi_q^r = -0.69, \phi_i^r = 0.03, \phi_{mc}^r = -1.13)$$

4 結びにかえて

本稿では、金融危機および自然災害が発生した場合の事後対応として、中央銀行がどのような金融政策を行うことが望ましいかについて分析した。そして、DSGE モデルを用いたシミュレーション分析により以下の結論を得た。

まず第一に、2008 年のリーマンショック以降に欧米諸国が経験したような、金融危機による投資の減少と生産量の落ち込みという状況が日本で起こった場合、中央銀行は投資に名目利子率を反応させるような金融政策ルールに従うべきである。これは、投資の減少に伴った名目利子率を引き下げが、反循環的に需要面に働きかけることになり、生産量の回復を通じて厚生損失を小さくするためである。また、投資は家計の将来にわたる期待に基づいているフォワードルッキングな変数であり、中央銀行がそうした変数を注視することが経済安定化につながることを示唆している。第二に、地震や台風などの自然災害により工場やオフィスのなどの生産要素が被害を受けた場合、中央銀行は実質限界費用に名目利子率を反応させるような金融政策ルールに従うべきである。実質限界費用は、理論整合的な GDP ギャップと比例的な関係を持っている。従ってこの結果は、自然災害が発生した場合に、中央銀行は理論整合的な GDP ギャップを計測し、それを考慮して金融政策を行うべきであるということを示唆している。

その一方で、残された課題もある。我が国が直面しているゼロ金利制約を考慮していない点である。本稿の分析が示す最適金融政策に従った時に名目利子率がマイナスになる可能性があるが、現実の経済では基本的に名目利子率が負になることはない。ゼロ金利制約を考慮した政策分析は今後の課題としたい。こうした限界を考慮しても、日本経済が抱える 2 つのリスクに関して金融政策の効果を定量的に分析した点は本稿の貢献といえよう。

参考文献

- [1] 酒井才介・小寺剛・荒木大恵・中澤正彦・石川大輔・中沢伸彦・神代康幸(2015) 「エッジワース補完性と財政政策の効果について：DSGEモデルによるアプローチ」 『京都大学経済研究所ディスカッションペーパーシリーズ』 No.1507。
- [2] 白川方明(2008) 『現代の金融政策-理論と実際』 日本経済新聞出版社。
- [3] 廣瀬康生(2012) 『DSGEモデルによるマクロ実証分析の方法』 三菱経済研究所。
- [4] 宮本弘暁・加藤竜太(2014) 「財政政策が労働市場に与える影響について」 『フィナンシャル・レビュー』 第120号、45-67。
- [5] Benigno, Pierpaolo. and Woodford, Michael.(2005) "Inflation Stabilization and Welfare:The Case of a Distorted Steady State," *Journal of the European Economic Association*, 3(6), 1185-1236.
- [6] Bernanke, Ben S. and Gertler, Mark(2001) "Should Central Banks Respond to Movements in Asset Prices?" *The American Economic Review*, 91(2), 253-257.
- [7] Blanchard, O.J. and Perotti, R.(2002) "An empirical characterization of dynamic effects of change in government spending and taxes on output," *Quarterly Journal of Economics*, 117(4), 1329-1368.
- [8] Bodenstein, Martin. Erceg, J, Christopher. and Guerrieri, Luca(2008) "Optimal Monetary Policy in a Model with Distinct Core and Headline Inflation Rates." *Journal of Monetary Economics*, 55, S18-S33.
- [9] Bouakez, H. and Rebei, N.(2007) "Why does private consumption rise after a government spending shock?" *Canadian Journal of Economics*, 40(3), 954-979.
- [10] Filardo, Andrew J.(2001) "Should Monetary Policy Respond to Asset Price Bubbles? Some Experimental Results," FRB of Kansas City Working Paper, No.01-04.
- [11] Gertler, Mark. and Karadi, Peter.(2011) "A model of unconventional monetary policy," *Journal of Monetary Economics*, 58(1), 17-34.
- [12] Greenwood, Jeremy. Hercowitz, Zvi and Huffman, Gregory, W.(1988) "Investment, Capacity Utilization, and the Real Business Cycle," *American Economic Review*, 78(3), 402-417.
- [13] Hirose, Yasuo. and Kurozumi, Takushi.(2012) "Do Investment-Specific Technological Changes Matter for Business Fluctuations? Evidence from Japan," *Pacific Economic Review*, 17(2), 208-230.
- [14] Iwata, Yasuharu(2009) "Fiscal Policy in an Estimated DSGE Model of the Japanese Economy: Do Non-Ricardian Households Explain all?," ESRI Discussion paper series, 216.
- [15] Iwata, Yasuharu(2011) "The Government Spending Multiplier and Fiscal Financing: Insight from Japan," *International Finance*, 14(2), 231-264.

- [16] Justiniano, Alejandro. Primiceri, Giorgio, E. and Tambalotti, Andrea.(2010) "Investment shocks and business cycle," *Journal of Monetary Economics*, 57(2), 132-145.
- [17] Justiniano, Alejandro. Primiceri, Giorgio, E. and Tambalotti, Andrea.(2011) "Investment shocks and the relative price of investment," *Review of Economic Dynamics*, 14(1), 102-121.
- [18] Sims, Christopher A.(2002) "Solving linear rational expectations models," *Computational Economics*, 20(1-2), 1-20.
- [19] Smets, Frank. and Wouters, Rafael.(2007) "Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach." *Journal of the European Economic Association*, 97, 586-606.
- [20] Villa, Stefania. Yang, Jing.(2011) "Financial Intermediaries in an Estimated DSGE Model for the United Kingdom," Bank of England Working Paper, No.431.

(データ出典)

- [21] 経済産業省「全産業活動指数」
<https://www.meti.go.jp/statistics/tyo/zenkatu/result-1.html> 2019/10/27 データ取得

補論：対数線形近似

理論モデルの式体系の対数線形化を行い、モデル全体の方程式体系を示す。

消費の限界効用：

$$\frac{1-\sigma\zeta}{\zeta} \left\{ \omega \left(\frac{c}{y} \right)^{\frac{\zeta-1}{\zeta}} + (1-\omega) \left(\frac{g^m}{y} \right)^{\frac{\zeta-1}{\zeta}} \right\}^{-1} (1-\omega) \left(\frac{g^m}{y} \right)^{\frac{\zeta-1}{\zeta}} \tilde{g}_t^m + \left\{ \frac{1-\sigma\zeta}{\zeta} \left\{ \omega \left(\frac{c}{y} \right)^{\frac{\zeta-1}{\zeta}} + (1-\omega) \left(\frac{g^m}{y} \right)^{\frac{\zeta-1}{\zeta}} \right\}^{-1} \omega \left(\frac{c}{y} \right)^{\frac{\zeta-1}{\zeta}} - \frac{1}{\zeta} \right\} \tilde{c}_t + z_t^b = \tilde{\lambda}_t$$

オイラー方程式：

$$\tilde{\lambda}_t = E_t \tilde{\lambda}_{t+1} - \sigma E_t z_{t+1}^z + \tilde{R}_t^n - E_t \tilde{\pi}_{t+1}$$

賃金関数：

$$\tilde{w}_t - \tilde{w}_{t-1} + \tilde{\pi}_t - \gamma_w \tilde{\pi}_{t-1} + z_t^z = \beta z^{1-\sigma} (E_t \tilde{w}_{t+1} - \tilde{w}_t + E_t \tilde{\pi}_{t+1} - \gamma_w \tilde{\pi}_t + E_t z_{t+1}^z) + \frac{1-\xi_w}{\xi_w} \frac{(1-\beta\xi_w z^{1-\sigma})\lambda^w}{\lambda^w + \chi(1+\lambda^w)} (\chi \tilde{l}_t - \tilde{\lambda}_t - \tilde{w}_t + z_t^b) + z_t^w$$

投資関数：

$$\frac{1}{\zeta^i} (\tilde{i}_t - \tilde{i}_{t-1} + z_t^z + z_t^i) = \tilde{q}_t + z_t^m + \frac{\beta z^{1-\sigma}}{\zeta^i} (E_t \tilde{i}_{t+1} - \tilde{i}_t + E_t z_{t+1}^z + E_t z_{t+1}^i)$$

資本ストック遷移式：

$$\tilde{k}_t = \frac{1-\delta}{z} (\tilde{k}_{t-1} - z_t^z + z_t^c) - \frac{R^k}{z} \tilde{u}_t + \left(1 - \frac{1-\delta}{z}\right) \tilde{i}_t + \left(1 - \frac{1-\delta}{z}\right) z_t^m$$

資本稼働率関数：

$$\tilde{u}_t = \mu (\tilde{R}_t^k - \tilde{q}_t)$$

トービンの q ：

$$\tilde{q}_t = E_t \tilde{\lambda}_{t+1} - \tilde{\lambda}_t + z_{t+1}^c - \sigma E_t z_{t+1}^z + \frac{\beta}{z^\sigma} \left\{ R^k E_t \tilde{R}_{t+1}^k + (1-\delta) E_t \tilde{q}_{t+1} \right\}$$

最終財の資源制約：

$$\tilde{y}_t = \frac{c}{y} \tilde{c}_t + \frac{i}{y} \tilde{i}_t + \frac{g^m}{y} \tilde{g}_t^m + \frac{g^i}{y} \tilde{g}_t^i + \frac{g^s}{y} \tilde{g}_t^s$$

限界費用：

$$\tilde{m}c_t = (1-\alpha) \tilde{w}_t + \alpha \tilde{R}_t^k + \nu z_t^z - \nu z_t^c - \nu \tilde{k}_{t-1}^g$$

費用最小化条件：

$$\tilde{u}_t + \tilde{k}_{t-1} - \tilde{l}_t - z_t^z + z_t^c = \tilde{w}_t - \tilde{R}_t^k$$

生産関数：

$$\tilde{y}_t = (1 + \phi) \left\{ (1 - \alpha) \tilde{l}_t + \alpha (\tilde{u}_t + \tilde{k}_{t-1} - z_t^z + z_t^c) + \nu (\tilde{k}_{t-1}^g - z_t^z + z_t^c) \right\}$$

ニューケインジアン・フィリップス・カーブ：

$$\tilde{\pi}_t - \gamma_p \tilde{\pi}_{t-1} = \beta z^{1-\sigma} (E_t \tilde{\pi}_{t+1} - \gamma \tilde{\pi}_t) + \frac{(1 - \xi_p) (1 - \beta \xi_p z^{1-\sigma})}{\xi_p} \tilde{m} c_t + z_t^p$$

金融政策ルール：

$$\tilde{R}_t^n = \phi^r \tilde{R}_{t-1}^n + (1 - \phi^r) \left\{ \phi_\pi^r \left(\frac{1}{4} \sum_{j=0}^3 \tilde{\pi}_{t-j} \right) + \phi_y^r (\tilde{y}_t - \tilde{y}_t^*) \right\} + z_t^r$$

政府の予算制約：

$$\frac{g^m}{y} \tilde{g}_t^m + \frac{g^i}{y} \tilde{g}_t^i + \frac{g^s}{y} \tilde{g}_t^s + R b^{tar} \frac{1}{z} \tilde{R}_{t-1}^n + R b^{tar} \frac{1}{z} \tilde{b}_{t-1} - R b^{tar} \frac{1}{z} \tilde{\pi}_t - R b^{tar} \frac{1}{z} z_t^z = b^{tar} \tilde{b}_t + \frac{\tau}{y} \tilde{\tau}_t$$

税制ルール：

$$\tilde{\tau}_t = \phi^\tau (\tilde{\tau}_{t-1} - z_t^z) + (1 - \phi^\tau) \left\{ \phi_y^\tau (\tilde{y}_{t-1} - \tilde{y}_{t-1}^*) + \phi_b^\tau (\tilde{b}_{t-1} - \tilde{y}_{t-1}) \right\}$$

メリット財：

$$\tilde{g}_t^m = \phi^{gm} (\tilde{g}_{t-1}^m - z_t^z) + (1 - \phi^{gm}) \left(\phi_y^{gm} (\tilde{y}_{t-1}^* - \tilde{y}_{t-1}) + \phi_b^{gm} (\tilde{b}_{t-1} - \tilde{y}_{t-1}) + \phi_c^{gm} (\tilde{c}_t - \tilde{y}_t) \right)$$

社会資本投資：

$$\tilde{g}_t^i = \phi^{gi} (\tilde{g}_{t-1}^i - z_t^z) + (1 - \phi^{gi}) \left(\phi_y^{gi} (\tilde{y}_{t-1}^* - \tilde{y}_{t-1}) + \phi_b^{gi} (\tilde{b}_{t-1} - \tilde{y}_{t-1}) \right)$$

その他の政府支出：

$$\tilde{g}_t^s = \phi^{gs} (\tilde{g}_{t-1}^s - z_t^z) + (1 - \phi^{gs}) \left(\phi_y^{gs} (\tilde{y}_{t-1}^* - \tilde{y}_{t-1}) + \phi_b^{gs} (\tilde{b}_{t-1} - \tilde{y}_{t-1}) \right)$$

資本ストック遷移式：

$$\tilde{k}_t^g = \frac{1 - \delta^g}{z} (\tilde{k}_{t-1}^g - z_t^z + z_t^c) + \left(1 - \frac{1 - \delta^g}{z} \right) \tilde{g}_t^i + \left(1 - \frac{1 - \delta^g}{z} \right) z_t^m$$

潜在生産量：

$$\tilde{y}_t^* = -(\alpha + \nu) (1 + \phi) z_t^z$$

構造ショック：

$$z_t^x = \rho_x z_{t-1}^x + \epsilon_t^x, \quad \rho_x \in [0, 1), \quad x \in \{z, b, w, i, p, r, m, c\}$$