

令和元年度 卒業論文

ロボットへの投資増加が労働に与える影響 -DSGEモデルを用いた分析-*

慶應義塾大学 廣瀬康生研究会

弦間 大†

2020年1月27日

概要

近年、世界中の人々が共通して最も感心を寄せていることのうちの1つは、AIがどれほど人間の仕事を奪うのか、ということである。AIを含めた産業用ロボットの発展は大変めざましく、今後さらに性能が上がることにより、人間の労働がロボットに代替されてしまうのではないかと考えられているのである。

そのような状況に鑑み、本稿では、人間の労働と補完的な役割を果たす伝統的資本と、代替的な役割を果たすロボット資本との2つに資本が分かれた、動学的確率的一般均衡モデル (Dynamic Stochastic General Equilibrium : DSGE モデル) を用い、ロボットの増加が人間の労働に及ぼす影響について調べた。具体的には、伝統的資本からより高性能なロボット資本へと投資が移転することによってロボット資本の資本ストックが増加すると考え、そのような投資の移転によってロボット資本が増加すると人間の労働にはどのような影響があるのか、シミュレーション分析を行った。

分析の結果、投資の移転によって労働は増加し、その増加幅はロボット化が進んでいるほど大きくなる、ということがわかった。これは世界中の人々が心配していることとは真逆であり、驚くべき結果である。しかしながら、人口減少が進む日本においては、その労働の増加に対応することは困難であり、労働力人口を増加させるためには社会の多様性を高めるような政策が必要である、ということが示唆された。

*本稿は令和初年度卒業論文として執筆したものである。本稿の作成に当たっては、慶應義塾大学廣瀬康生教授をはじめ、ゼミ員の先輩方、同期、後輩、特に安孫子創君、眞智恒平君から有益なコメントを頂戴した。また、大学生活を4年間支援してくれた家族。ここに記して感謝の意を述べたい。ただし、本稿に関する誤りおよび主張の一切の責任は言うまでもなく筆者に属するものである。

†廣瀬康生研究会第6期生

目次

1	序論	3
2	理論モデル	5
2.1	生産	6
2.1.1	最終財企業	6
2.1.2	中間財企業	6
2.2	家計	8
2.3	労働組合	9
2.3.1	金融当局	10
2.3.2	資源制約	10
2.4	パラメータと定常状態の設定	10
3	シミュレーション分析と結果の考察	12
3.1	<i>robot density</i> * と3つのシナリオ	12
3.2	ショックの大きさと θ_a の値	12
3.3	シミュレーションの結果	14
3.4	$\theta_k = 0.1787$ のとき	17
3.5	結果の考察	17
4	結びにかえて	20
A	参考文献・データ出典	21
B	対数線形近似	23

1 序論

多くの人間がAIを恐れている。それは、AIの進化がめざましいからだ。一般的に、AIは、2020年代に人間の脳を超え、2040年代には人類全体の脳を超える技術的特異点、いわゆるシンギュラリティを迎えるとされている。そして、高い能力を持つAIが産業界に与える影響は非常に大きく、その影響の大きさから、AIの登場は第4次産業革命と呼ばれている。そのような状況のなかで、AIの能力が上昇し本格的に産業界に導入されたときにはどれほどの仕事がAIによって奪われてしまうのか、世界中の人々が心配しているのである。どのような職業がAIによって奪われやすいのか、という疑問について、世界中の研究者や団体が取り組んでおり、例えば、Frey and Osborne (2017) は、人間の仕事のうち50～90%が代替される、という結論を出している。実際、1950～2018年における、AIを含む産業用ロボットの日本での受注台数と受注額の遷移のグラフ(図1)を見ると、景気の状態によって多少の増減はあるものの、大局的に見れば両項目とも大幅に増加していることが確認される。今後、性能がさらに上昇することによって、産業用ロボットがますます使用されるようになると考えられているのである。

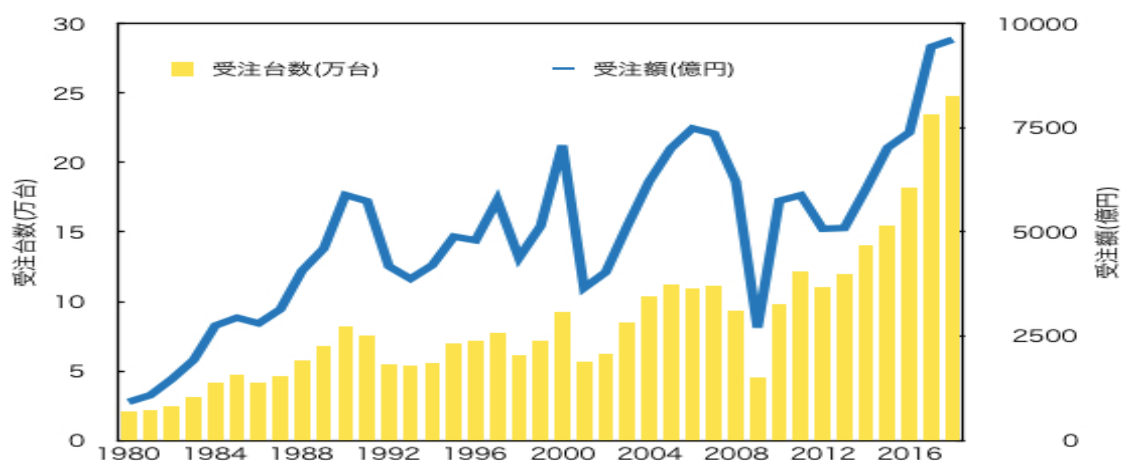


図1: 産業用ロボットの受注台数と受注額 (データ:日本ロボット工業会)

このような予測が立っている以上、AIが本格的に導入される前に、各国政府は協調して失業対策などを講じておかなければならない。1760年代よりイギリスで起きた第1次産業革命について思い出してもらいたい。第1次産業革命では、機械と蒸気機関の登場によって機械制大工業が進んだのだが、その一方で、機械が多く導入された繊維工業では多数の手工業者が職を失ってしまい、そのことへの反発から手工業者や労働者が機械を打ち壊す、いわゆるラッドライト運動が発生してしまった。前述の通り、第4次産業革命では、第1次産業革命やその後の産業革命とは比べ物にならないほど人間の仕事が奪われ、とてつもない数の失業が発生すると予測されている。もしも第4次産業革命に対して政府の対応が遅ければ、失業者は増えるばかりであり、難民問題や自国第一主義の台頭に揺れる国際社会の状況と相まって、ラッドライト運動をはるかに凌ぐ事態となるであ

ろうことは想像に難くない。それゆえ、産業用ロボットが増加すると人間の労働にどのような影響が出るのかを事前にシミュレートし、想定しておくことは、政府に対応を促す上で非常に意義のあることである。

そこで、本稿では、Lin and Weise (2017) を参考に、動学的確率的一般均衡モデル (Dynamic Stochastic General Equilibrium : DSGE モデル) を用いてロボットの増加が人間の労働に与える影響について調べた。DSGE モデルとは、Forward-Looking な期待形成をする各経済主体が、例えば、消費者であれば効用最大化、企業であれば利潤最大化や費用最小化などと、最適化行動を行うというミクロ的基礎付けを取り入れたマクロ経済モデルである。DSGE モデルを用いて分析を行うことの利点は、ルーカス批判を回避できることである。ルーカス批判とは、政策に応じてモデルのパラメータが変化してしまうために正しく政策の影響を評価することができていない、として従来のマクロ経済モデルを批判したものである。しかしながら、DSGE モデルにおいては、各経済主体は政策変更の影響を受けないディープパラメータを用いて最適化行動を導くと仮定しているため、ルーカス批判を回避できるのである。そして、このように、DSGE モデルは各経済主体の行動条件と市場の均衡条件を組み合わせた動学的モデルであるため、政策への期待を通じた影響を考慮して分析でき、また、金融政策を社会厚生の見地から量的に評価することもできるのである。

本稿で参考にした Lin and Weise (2017) は、ロボット資本と伝統的資本の2つに資本を分けることによってロボットが経済に与える影響を分析しており、人間の労働、ロボット資本、および、伝統的資本を組み合わせた CES 関数によって生産関数を表すと、アメリカの経済データと整合的であると分析したものである。ロボット資本とは、人間の労働と高い代替の弾力性を持つものであって、ICT 資本や様々な自動化された装置に大まかに対応している。一方、ロボット資本と区別される伝統的資本とは、大まかに人間の労働の補完物であって、建物や ICT ではない装置を含んでいる。よく知られているように、資本が完全に労働を代替するとき、資本の蓄積は生産高における労働のシェアを減らし、また、このような状況下では、賃金も同様に減らすであろう。Lin and Weise (2017) は、ロボット資本の投資が労働の収入に与えるこの直接の影響について説明しているが、これらの効果が間接的に相殺しあうような2つのチャンネルを組み入れている。1つ目は、生産関数において3つの要素が関わっているモデルでは、新たなロボットの導入が伝統的資本の限界生産力を増加させることである。このことは、人間の労働を補完している伝統的資本に投資する気にさせ、その結果、労働のシェアを増加させる。2つ目は、このモデルでは、資本や消費財が作られるのと同じ生産関数によってロボットが生産されることである。したがって、ロボット資本への投資は、ロボット資本自身の生産に組み込まれる形で人間の労働を増加させる。人間の労働への需要は、ロボット資本への投資によって増加する伝統的資本への投資をさらに増加させる。また、このモデルには、名

目の硬直性も含まれており、これは、ロボットが賃金に与える影響を相殺、もしくは、悪化させることになる。

本稿では、ロボットの増加は、伝統的資本からより高性能なロボット資本へと投資が移転することによってロボット資本の資本ストックが増加する、という波及経路を通じてもたらされると考える。そこで、具体的には、伝統的資本の投資に負の MEI ショックを、ロボット資本の投資に正の MEI ショックをそれぞれ与えることによって、ロボットが増えると人間の労働にどのような影響が出るのか、および、その影響はロボット化の進展とともにどのように変わるのか、シミュレーション分析を行った。MEI ショックとは、投資の限界効率に関するショックであり、Greenwood et al. (1988) が提唱し、Justiniano et al. (2010) が名付けたものである。

分析の結果、以下の結論が得られた。まず、投資の移転が起きても、投資が増加したその期には資本ストックが増加しないため、生産量増加の影響を受けて労働は増加する。そして、ロボット化が進展しているほど、投資の移転によって増加する生産量は大きくなるので、労働の増加も大きなものとなる。最後に、ロボット資本の資本ストックが増えるにつれて労働の増加は抑えられていくが、ロボット資本の実質レンタルレートは下落しており、稼働率を下げたため、労働の減少はほとんどない、ということである。

本稿の残りの構成は次の通りである。第2節では理論モデルについて説明する。第3節ではロボット資本の増加が人間の労働に与える影響について分析をし、そのメカニズムを解き明かす。そして、その結果に対して考察を加える。第4節は結語であり、今後の課題などについて述べている。

2 理論モデル

本稿のモデルは、Smets and Wouters (2007) や Justiniano, Primiceri, and Tambalotti (2011) を参考にした中規模ニューケインジアンモデルの生産関数を CES 関数にすることによってロボット資本を組み込んだ Lin and Weise (2017) のモデルに、日本の人口減少を考慮してデイトレンドを施したものである。このモデルにおける経済主体は、代表的最終財企業、中間財企業の連続体、労働組合の連続体、代表的家計、そして、金融当局である。最終財企業は中間財を用いて生産高を産出する。中間材企業は、資本、ロボット、そして、労働組合によって供給される区別された労働の集合体を用いて中間財を生産する。中間財の価格は独占的競争企業によって、賃金は Calvo(1983) 型の価格決定のもと各々の労働組合によって、それぞれ決定される。家計は、企業を所有し、消費財を購入し、そして、貯蓄を債券や伝統的資本、ロボット資本に投資する。また、家計は区別されていない人間の労働を労働組合に供給し、労働組合は人間の労働を区別された労働

に変わる。そして、区別された労働は中間財企業によって雇われることとなる。

2.1 生産

2.1.1 最終財企業

競争的な最終財生産者は、中間財生産者から区別された中間財を購入し、複数の要素で構成された最終財を生産する。中間財 $y_t(i)$, $i \in [0, 1]$ から次の生産技術を用いて最終財 y_t を製造する。

$$y_t = \left(\int_0^1 y_t(i)^{\frac{1}{\varepsilon_y}} di \right)^{\varepsilon_y}. \quad (1)$$

ここで、 $\varepsilon_y > 1$ である。利潤最大化および完全競争の条件より、中間財 i の需要は次のようになる。

$$y_t(i) = \left(\frac{P_t(i)}{P_t} \right)^{\frac{\varepsilon_y}{1-\varepsilon_y}} y_t. \quad (2)$$

最終財の価格のインデックスは以下で与えられる。

$$P_t = \left(\int_0^1 P_t(i)^{\frac{1}{1-\varepsilon_y}} di \right)^{1-\varepsilon_y}. \quad (3)$$

2.1.2 中間財企業

代表的な家計によって所有される中間財企業の連続体が存在し、それらは、 $i \in [0, 1]$ によってインデックス付けされる。各期に $(1 - \lambda_y) \in [0, 1]$ の割合の企業が価格を再決定できるとする。残りの企業は以下の物価スライド制ルールに従って価格を決定する。

$$P_t(i) = \pi_{t-1}^{\eta_y} P_{t-1}(i). \quad (4)$$

ここで、 $\pi_{t-1} = \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}}$ は経済におけるグロスのインフレ率であり、また、 η_y は価格の粘着性の程度を表すパラメータである。中間財生産者 i の生産技術は以下の CES 型で表される生産関数によって記述される。

$$y_t(i) = z_t \left[\theta_k \tilde{k}_t(i)^\alpha + (1 - \theta_k) l_t(i)^\alpha \right]^{\frac{1}{\alpha}}. \quad (5)$$

ここで、 z_t は全要素生産性を、 \tilde{k}_t は稼働率を調整した伝統的資本を、そして、 l_t は混成労働の投入量を、それぞれ表している。 l_t は稼働率を調整したロボット資本 \tilde{a}_t と人間の労働

働の投入量 n_t の集合体であり、以下のように表される。

$$l_t(i) = \left[\theta_a \tilde{a}_t(i)^\phi + (1 - \theta_a)(X_t n_t(i))^\phi \right]^{\frac{1}{\phi}}. \quad (6)$$

ここで、 X_t は労働増加的技術ショックを表している。

伝統的なコブ・ダグラス型ではなく、CES 型の生産関数を用いることにより、この論文では、人間の労働を補完する伝統的資本と人間の労働を代替するロボット資本の相違を見分けることが可能となる。曲率パラメータ α と ϕ は 2 つの形の資本と人間の労働との間の補完性および代替性の程度をそれぞれ決定する。伝統的資本と混成労働との間の補完の弾力性は $\frac{1}{1-\alpha}$ によって表され、ロボット資本と人間の労働との間の代替の弾力性は $\frac{1}{1-\phi}$ によって表される。以下、 $\alpha < 0$ の想定をする。これは、伝統的資本と混成労働との間の補完の弾力性が 1 以下であることを意味しており、したがって、伝統的資本と混成労働とは大まかに補完の関係にある。また、 $\phi > 0$ の想定をし、これは、ロボット資本と人間の労働との間の代替の弾力性が 1 以上であることを意味しており、したがって、ロボット資本と人間の労働とは大まかに補完の関係にある。

中間財企業は家計から資本とロボットを借り、そして、労働組合から労働を雇う。全要素生産性 z_t と労働増加的技術ショック X_t はそれぞれ以下のような確率過程に従う。

$$\ln z_t = \rho_z \ln z_{t-1} + \eta_t^z, \quad \eta_t^z \sim i.i.d. N(0,1); \quad (7)$$

$$\ln X_t = \rho_X \ln X_{t-1} + \eta_t^X, \quad \eta_t^X \sim i.i.d. N(0,1). \quad (8)$$

中間財企業 i の費用最小化問題は

$$\min_{\{\tilde{k}_t(i), \tilde{a}_t(i), n_t(i)\}} P_t r_t^k \tilde{k}_t(i) + P_t r_t^a \tilde{a}_t(i) + W_t n_t(i), \quad (9)$$

であり、次の生産技術の制約がある。

$$y_t(i) = z_t \left\{ \theta_k \tilde{k}_t(i)^\alpha + (1 - \theta_k) \left[\theta_a \tilde{a}_t(i)^\phi + (1 - \theta_a)(X_t n_t(i))^\phi \right]^{\frac{\alpha}{\phi}} \right\}^{\frac{1}{\alpha}}. \quad (10)$$

ここで、 r_t^k 、 r_t^a 、そして、 W_t はそれぞれ所与の、伝統的資本のレンタルレート、ロボット資本のレンタルレート、そして、名目賃金である。要素価格と生産性が所与なので、各中間財企業の費用最小化問題は、生産高のレベルを考慮すると、生産の限界費用が一定であり、また、 i から独立であることを意味している。企業間において限界費用が同一なので、以下の価格調整問題において、下付き文字 i を落とすことができる。

価格を再決定できる各企業は期待される利潤を最大化するように価格 \tilde{P}_t を選ぶ。中間財企業は家計によって所有されているので、将来の利潤は、家計の確率的割引因子を用いて割り引かれる。価格調整的な中間財企業の価格設定問題は次のように表される。

$$\max_{\tilde{P}_t} E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \lambda_y)^s \frac{\Lambda_{t+s}}{P_{t+s}} \left(\tilde{P}_t \prod_{k=1}^s \pi_{t-1+k}^{\eta_y} - MC_{t+s} \right) \tilde{y}_{t+s}. \quad (11)$$

ここで、 Λ_{t+s} は家計の限界効用を、 MC_{t+s} は生産の限界費用を、 \tilde{y}_{t+s} は $t+s$ 期の価格決定企業の生産高の需要を、それぞれ表しており、 t 期に最後の価格調整がなされたと想定している。

2.2 家計

代表的な家計は伝統的資本のストック k_t とロボット資本のストック a_t を所有し、また、 i_t^k と i_t^a の投資決定をする。また、家計は伝統的資本の稼働率のレベル μ_t^k とロボット資本の稼働率のレベル μ_t^a を選び、それぞれ $\Psi^k(\mu_t^k)$ と $\Psi^a(\mu_t^a)$ の資本稼働率に伴うコストを被る。そして、家計は、名目債券 D_t を購入し、その持ち主である中間財企業から Div_{t+s} の配当支払いを受け取る。

家計の生涯の効用は次のように表される。

$$E_t \sum_{s=0}^{\infty} \beta^s \left[\frac{(c_{t+s} - hc_{t-1+s})^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \kappa_n X_{t+s}^{1-\gamma} \frac{n_{t+s}^{1+\sigma}}{1+\sigma} \right]. \quad (12)$$

家計の予算制約は次で与えられる。

$$c_{t+s} + \frac{D_{t+s}}{P_{t+s}} + i_{t+s}^k + i_{t+s}^a + \Psi^k(\mu_{t+s}^k) k_{t+s} + \Psi^a(\mu_{t+s}^a) a_{t+s} \leq \frac{W_{t+s}}{P_{t+s}} n_{t+s} + r_{t+s}^k \mu_{t+s}^k k_{t+s} + r_{t+s}^a \mu_{t+s}^a a_{t+s} + R_{t-1+s} \frac{D_{t-1+s}}{P_{t+s}} + \frac{Div_{t+s}}{P_{t+s}}. \quad (13)$$

ここで、 β は割引因子を、 c_{t+s} は消費のレベルを、 h は消費の習慣形成を、 γ は相対的なリスク回避率を、そして、 κ_n と σ が労働の不効用を、それぞれ表している。

上記の変数に加えて、 r_{t+s}^k と r_{t+s}^a が、それぞれ、有効な伝統的資本 $\mu_{t+s}^k k_{t+s}$ と有効なロボット資本 $\mu_{t+s}^a a_{t+s}$ のレンタルレートを表している。また、家計は、所持している各債券につき、 R_{t+s} のグロスの利子率を得る。

家計による投資は、次の式に従って伝統的資本のストック、および、ロボット資本のストックとして蓄積される。

$$k_{t+1+s} = (1 - \delta_k) k_{t+s} + \varepsilon_{t+s}^k \left[1 - S_k \left(\frac{i_{t+s}^k}{i_{t-1+s}^k} \right) \right] i_{t+s}^k; \quad (14)$$

$$a_{t+1+s} = (1 - \delta_a) a_{t+s} + \varepsilon_{t+s}^a \left[1 - S_a \left(\frac{i_{t+s}^a}{i_{t-1+s}^a} \right) \right] i_{t+s}^a. \quad (15)$$

ここで、 $S_k(\bullet)$ と $S_a(\bullet)$ はそれぞれ伝統的資本とロボット資本の費用調整関数である。また、 ε_{t+s}^k と ε_{t+s}^a はそれぞれ伝統的資本とロボット資本に対する MEI ショックであり、投資の限界効率の増減を表している。MEI ショックはそれぞれ以下のような確率過程に従う。

$$\ln \varepsilon_t^k = (1 - \rho_k) \ln \bar{\varepsilon}^k + \rho_k \ln \varepsilon_{t-1}^k + \eta_t^k, \quad \eta_t^k \sim i.i.d. N(0,1); \quad (16)$$

$$\ln \varepsilon_t^a = (1 - \rho_a) \ln \bar{\varepsilon}^a + \rho_a \ln \varepsilon_{t-1}^a + \eta_t^a, \quad \eta_t^a \sim i.i.d. N(0,1). \quad (17)$$

ここで、 $\bar{\varepsilon}^k$ と $\bar{\varepsilon}^a$ は、それぞれ 1 に標準化された伝統的資本とロボット資本の投資財の価格の逆数の値の定常状態である。

2.3 労働組合

$j \in [0, 1]$ によってインデックス付けされた労働組合が存在する。代表的な家計は区別されていない労働を労働組合に供給し、今度はタイプ j の労働 $n_t(j)$ として提供される。区別された労働は次のように結びつき、

$$n_{t+s} = \left(\int_0^1 n_{t+s}(j)^{\frac{1}{\varepsilon_n}} dj \right)^{\varepsilon_n}, \quad (18)$$

人間の労働の投入量を形成する。中間財生産者は n_t を雇う。 n_t に関しては競争市場なので、タイプ j の労働に対する需要は次のように表され、

$$n_t(j) = \left(\frac{W_t(j)}{W_t} \right)^{\frac{\varepsilon_n}{1-\varepsilon_n}} n_t, \quad (19)$$

そして、 n_t の名目賃金は以下で与えられる。

$$W_{t+s} = \left(\int_0^1 W_{t+s}(j)^{\frac{1}{1-\varepsilon_n}} dj \right)^{1-\varepsilon_n}. \quad (20)$$

各期に $1 - \lambda_n$ の割合の組合が賃金を再交渉できるとする。家計を代表して、組合が、労働需要と家計の予算制約のもとで家計の効用を最大化するとする。

組合 j の最適化問題は次で表され、

$$\max_{\tilde{W}_t(j)} E_t \sum_{s=0}^{\infty} (\beta \lambda_n)^s \varepsilon_{t+s}^b \left\{ \left[\frac{(c_{t+s} - hc_{t-1+s})^{1-\gamma}}{1-\gamma} - \kappa_n X_{t+s}^{1-\gamma} \varepsilon_{t+s}^n \frac{\tilde{n}_{t+s}(j)^{1+\sigma}}{1+\sigma} \right] \right\}, \quad (21)$$

労働需要と家計の予算制約を条件とする。

2.3.1 金融当局

金融当局は短期の名目利子率を以下のルールに従って決定する。

$$\left(\frac{R_t}{R^*}\right) = \left(\frac{R_{t-1}}{R^*}\right)^{\rho_R} \left[\left(\frac{\pi_t}{\pi^*}\right)^{\rho_\pi} \left(\frac{y_t}{y_t^f}\right)^{\rho_Y} \right]^{1-\rho_R} \varepsilon_t^{mp}. \quad (22)$$

ここで、 R^* は定常状態での名目利子率を、 π^* は定常状態でのインフレ率を、 y_t^f は伸縮的価格および伸縮的賃金のもとでの生産高のレベルを、そして、 ε_t^{mp} は金融政策ショックを、それぞれ表している。 ε_t^{mp} は以下のような確率過程に従う。

$$\ln \varepsilon_t^{mp} = \rho^{mp} \ln \varepsilon_{t-1}^{mp} + \eta_t^{mp}, \quad \eta_t^{mp} \sim i.i.d. N(0,1). \quad (23)$$

2.3.2 資源制約

資源制約は以下ようになる。

$$y_t = c_t + i_t^k + i_t^a + \Psi(\mu_t^k)k_t + \Psi(\mu_t^a)a_t \quad (24)$$

2.4 パラメータと定常状態の設定

パラメータの値に関しては、主に廣瀬 (2012) の推定をもとに設定した。廣瀬 (2012) では 1981 年第 1 四半期から 2013 年第 3 四半期間の日本のマクロ経済データを用いてベイズ推定を行っており、本稿の分析においても妥当な値であると考えられる。また、伝統的資本やロボット資本に関するパラメータなど、廣瀬 (2012) に含まれていないパラメータについては Lin and Weise (2017) や Berg et al. (2018)、Eden and Gaggl (2018) の値を用いた。そのうち、この後の分析において重要なものについて説明する。生産関数におけるパラメータ α と ϕ については、Eden and Gaggl (2018) を参考にした。Eden and Gaggl (2018) では、労働と伝統的資本との補完の弾力性は 1 に近いとして、 $\alpha = -0.1$ としており、弾力性は 0.909 となる。また、ロボット資本は人間の労働に対して高い代替性があるとして、 $\phi = 0.8$ としており、これは、代替の弾力性が 5 であることを表している。そして、生産関数や TFP 過程の推定、また、収入における労働のシェアの変動性に影響を与えるパラメータ θ_k と θ_a については Berg et al. (2018) を参考にし、世界標準の値である $\theta_k = 0.35$ と $\theta_a = 0.04$ を採用した。また、伝統的資本やロボット資本のストックの定常状態に関する値、および、労働の定常状態に関する値は、2015 年第 1 四半期から 2018 年第 4 四半期の日本ロボット工業会や財務総合政策研究所、内閣府のデータを用いてカリブレートした。本稿で用いたパラメータと定常状態の値は次の通りである (表 1)。

パラメータ	意味	値
h	習慣形成	0.432
γ	異時点間代替の弾力性の逆数	1.813
η_w	賃金の粘着性の程度	0.356
λ_n	賃金を最適化できない家計の割合	0.503
σ	労働供給の弾力性の逆数	5.227
κ_n	労働の不効用	0.25
ε_n	賃金マークアップ率	0.8
δ_k	伝統的資本の資本減耗率	0.0183
δ_a	ロボット資本の資本減耗率	0.0515
κ_k	伝統的資本の投資の調整コスト	8.498
κ_a	ロボット資本の投資の調整コスト	8.498
ν_k	伝統的資本の稼働率の調整コストの逆数	0.5423
ν_a	ロボット資本の稼働率の調整コストの逆数	0.5423
θ_k	CES 生産関数における伝統的資本のウエイト	0.35
θ_a	CES 生産関数におけるロボット資本のウエイト	0.04
ϕ	ロボット資本と人間の労働の代替率を表すパラメータ	0.8
α	伝統的資本と混合労働の補完率を表すパラメータ	-0.1
η_y	価格の粘着性の程度	0.198
ε_y	価格マークアップ率	1.609
λ_y	価格を最適化できない企業の割合	0.701
ρ_R	金利スミージングの度合い	0.733
ρ_π	インフレ反応の程度	1.778
ρ_Y	GDP ギャップ反応の程度	0.044
χ^*	グロスの人口成長率の定常値	0.998
ρ_χ	労働増加的技術ショックの持続性	0.8332
ρ_n	賃金ショックの持続性	0.258
ρ_b	選好ショックの持続性	0.908
ρ_z	生産性ショックの持続性	0.032
ρ_k	伝統的資本の MEI ショックの持続性	0.544
ρ_a	ロボット資本の MEI ショックの持続性	0.544
ρ^{mp}	金融政策ショックの持続性	0.481
$\frac{\hat{k}^*}{\hat{y}^*}$	伝統的資本のストック 対 GDP 比の定常値	1.220
$\frac{\hat{a}^*}{\hat{y}^*}$	ロボット資本のストック 対 GDP 比の定常値	0.0247
$\frac{\hat{n}^*}{\hat{y}^*}$	労働 対 GDP 比の定常値	0.954

表 1: パラメータと定常状態の値

3 シミュレーション分析と結果の考察

本稿では、伝統的資本の投資に負の MEI ショックを、ロボット資本の投資に正の MEI ショックを、それぞれ与えることにより、投資が伝統的資本からより高性能なロボット資本へ移転すると人間の労働にどのような影響が出るのか、および、その影響はロボット化の進展とともにどのように変わるのか、シミュレーション分析を行う。

3.1 *robot density** と 3 つのシナリオ

ロボット化の度合いを表す指標を、Graetz and Michaels (2018) の robot density を参考に、本稿では *robot density** によって定めるとする。

*robot density** とは
$$robot\ density^* = \frac{\text{ロボット資本のストックの定常状態の値}}{\text{人間の労働の定常状態の値}}$$
 によって定義されるもので、値が高いほどロボットの導入が進んでおり、すなわち、ロボット化が進んでいる、と言える。日本ロボット工業会のデータを用いて算出した、2015～2018 年における日本の *robot density** の平均値は 0.0259 である。以下、分析を行っていくにあたり、*robot density** の値をもとにして、ロボット化の進展状況の異なる 3 つのシナリオを作成する。1 つ目が *robot density** の値が 2015～2018 年における日本の平均値である Baseline シナリオ、2 つ目が *robot density** の値が Baseline シナリオの 2 倍となる Double シナリオ、3 つ目が *robot density** の値が Baseline シナリオの 5 倍となる Fifth シナリオ、である。

3.2 ショックの大きさと θ_a の値

伝統的資本の投資に与える負の MEI ショック、および、ロボット資本の投資に与える正の MEI ショックの大きさについては次のように定める。各シナリオにおいて、伝統的資本の投資の 1% に相当する額がロボット資本の投資に移転されると考え、伝統的資本の投資には投資がちょうど 1% 減少するような負の MEI ショックを、ロボット資本の投資には移転によって増加する額と同じだけ投資を増加させるような正の MEI ショックを、それぞれ与えることとする。

まずは、Baseline シナリオのときを考える。日本ロボット工業会および財務総合政策研究所のデータによると、2015～2018 年の日本の伝統的資本のストックの平均は約 12 兆 7650 億円、ロボット資本のストックの平均は約 2093.2 億円、伝統的資本の投資の平均は約 653 兆 8300 億円、ロボット資本の投資の平均は約 11 兆 176 億円である。よって、このとき、伝統的資本の投資の 1% に相当する額がロボット資本の投資に移転されると、ロ

ロボット資本の投資は約 53.4% 上昇する。伝統的資本の投資を 1% 減少させ、かつ、ロボット資本の投資を 53.4% 増加させるためには、伝統的資本の投資に 1.06% の負の MEI ショックを、ロボット資本の投資には 57.27% の正の MEI ショックを与えればよく、この値をシミュレーションで用いる。

このとき、伝統的資本のストックとロボット資本のストックの比、および、伝統的資本の投資とロボット資本の投資の比はともにおおよそ 50:1 となっている。このことと、資本のストックが増加するためにはその分資本の投資が増加しなければならないことから、Double シナリオのように *robot density** が Baseline シナリオの 2 倍になっているときには、ロボット資本の投資も Baseline シナリオの 2 倍になっており、伝統的資本のストックとロボット資本のストックの比、および、伝統的資本の投資とロボット資本の投資の比はともにおおよそ 25:1 になっていると考えられる。この考えのもと計算を行うと、伝統的資本の投資の 1% に相当する額がロボット資本の投資に移転されると、ロボット資本の投資は約 26.2% 上昇する。伝統的資本の投資を 1% 減少させ、かつ、ロボット資本の投資を 26.2% 増加させるためには、伝統的資本の投資に 1.06% の負の MEI ショックを、ロボット資本の投資には 28.02% の正の MEI ショックを与えればよい。

Fifth シナリオについても同様に考え、伝統的資本の投資の 1% に相当する額がロボット資本の投資に移転されると、ロボット資本の投資は約 9.9% 上昇する。これらの値を導くためには、伝統的資本の投資に 1.03% の負の MEI ショックを、ロボット資本の投資には 10.21% の正の MEI ショックを与えればよい。

また、各シナリオに応じて、生産におけるロボットの重要性を表すパラメータである θ_a の値を変更する。Baseline シナリオのときは、Berg et al. (2018) を参考にし、世界標準の値である $\theta_a = 0.04$ を採用している。しかしながら、ロボット化の進展に伴って生産におけるロボットの重要性が高まると考えられるため、Double シナリオのときは $\theta_a = 0.2$ 、Double シナリオのときは $\theta_a = 0.5$ と値を大きくした。分析の中でシナリオによって値を変更する数値は次の通りである (表 2)。

	<i>robot density</i> *	θ_a	伝統的資本に与える 負の MEI ショック	ロボット資本に与える 正の MEI ショック
Baseline シナリオ	0.0259	0.04	-1.06%	57.27%
Double シナリオ	0.0518	0.20	-1.06%	28.20%
Fifth シナリオ	0.129	0.50	-1.03%	10.21%

表 2: シナリオに応じて変更する数値

3.3 シミュレーションの結果

以上の設定のもとで行ったシミュレーションの結果を図2に示す。ただし、すべて各変数の定常状態からの乖離率を表している。

図2を見ると、投資が伝統的資本からより高性能なロボット資本へ移転すると人間の労働が増加し、また、ロボット化が進展していればいるほどその増加は大きなものとなることがわかる。しかしながら、ロボット資本は人間の労働に対して代替的であるため、この結果は意外なものである。そこで、ショックが各変数に与える影響を追いながら、人間の労働が増加する理由について説明する。

まず、ロボット資本についてですが、正のMEIショックによって投資の限界効率が上昇するので投資が増加し、資本ストックも増加する。また、ロボット資本の実質レンタルレートは、最初はロボット資本の投資が増加することによりロボット資本の需要が高まるものの、投資が増加した期には資本ストックは増加しえないので僅かに上昇するが、その後、資本ストックが増えていくにつれてロボット資本の限界生産力、すなわち、実質レンタルレートは下落していく。そして、実質レンタルレートが増加している時には資本を借りずに稼働率を上昇させて操業し、実質レンタルレートが減少している時には資本を借りて稼働率を下げた操業するので、資本稼働率もまた、微増のち減少する。ロボット資本の資本ストックが増加、および、実質レンタルレートと資本稼働率がともに減少していることから、ロボット資本の資産価格は下落する。

伝統的資本については、負のMEIショックによって投資の限界効率が損なわれるので投資は減少する。このとき、投資の落ち込みの大きさ、および、投資の回復の遅さはBaselineシナリオ、Doubleシナリオ、Fifthシナリオの順になっています。これは投資の移転によってロボット資本の資本ストックが増加したのに対して、ロボット化が進展し、生産においてロボットが重要になればなるほどロボット資本と補完的である伝統的資本への需要が高まるので、落ち込みが少なく、回復も早くなるからであると考えられる。投資が減少するので、伝統的資本の投資ストックも減少する。

資本ストックが減少しているので、限界生産力である伝統的資本の実質レンタルレートは増加する。このとき、実質レンタルレートの増加幅はFifthシナリオ、Doubleシナリオ、Baselineシナリオの順で、ロボット化が進み、生産においてロボットが重要になればなるほど大きくなっている。通常は、資本ストックの減少が大きいほど限界生産力を表す実質レンタルレートの増加幅は大きくなるが、今回は同時にロボット資本に正のMEIショックが与えられており、ロボット資本の資本ストックは増加するので、ロボット化が進展して生産においてロボットが重要であればあるほどロボット資本と補完的である伝統的資本への需要が高まり、この影響が大きいため、伝統的資本の実質レンタルレートは増加することになる。また、実質レンタルレートが増加しているので、資本を借りずに稼働率を上昇させて操業するため、伝統的資本の資本稼働率は増加する。

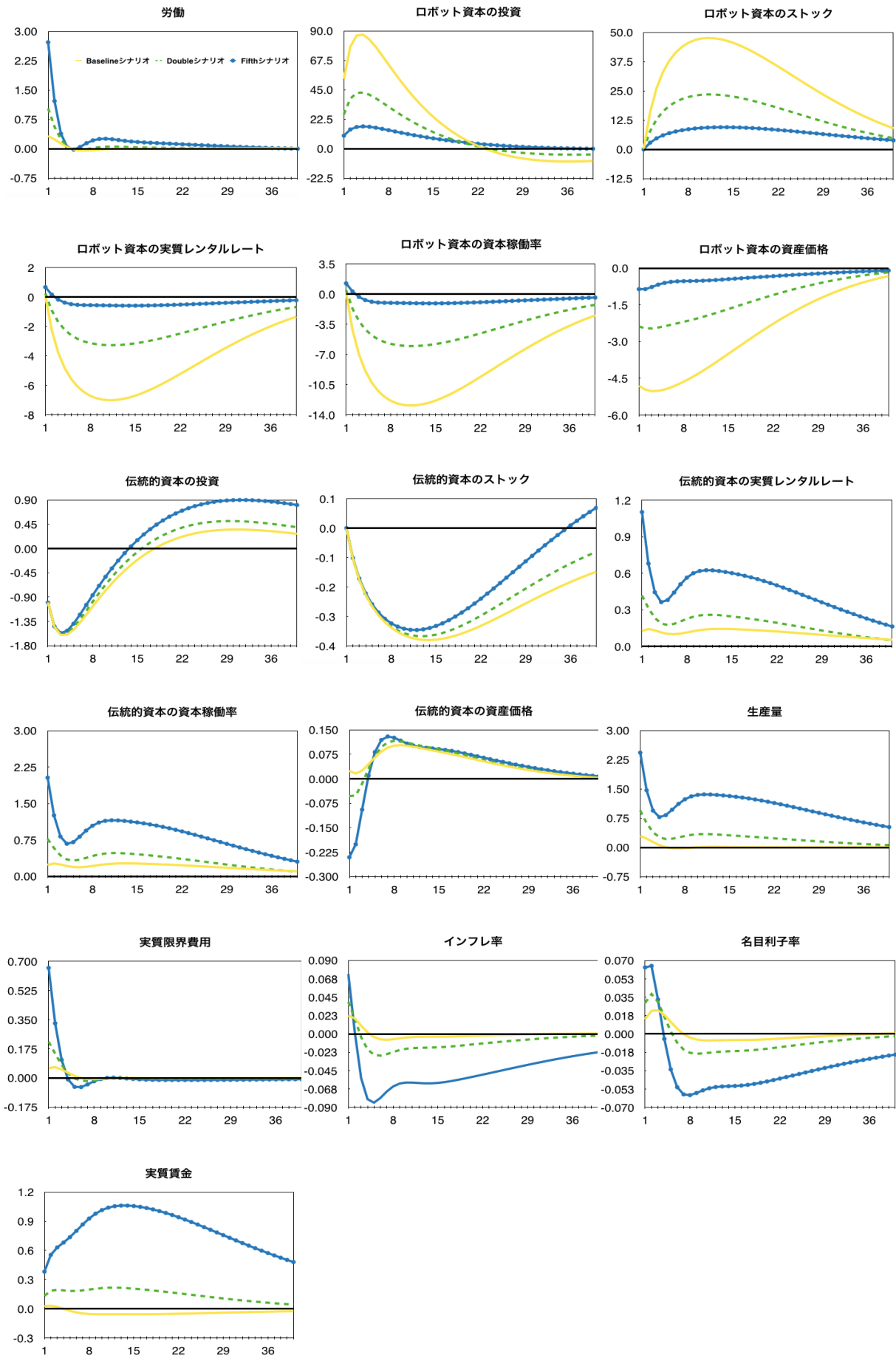


図 2: インパルス応答

伝統的資本の資産価格については、Baseline シナリオでは上昇し、Double シナリオと Fifth シナリオでは減少している。通常ならば、伝統的資本のストックが減少、および、実質レンタルレートと資本稼働率がともに増加しているのが、伝統的資本の資産価格を上昇するはずである。しかし、そもそも、伝統的資本よりもロボット資本の方が高性能であるとして、伝統的資本からロボット資本への投資の移転が起こること自体が伝統的資本の資産価格を下落させる。Baseline シナリオでは、生産においてロボット資本がほとんど重要ではないため、投資の移転それ自体が資産価格を下げる影響を、伝統的資本のストックの減少、および、実質レンタルレートと資本稼働率の増加が資産価格を上昇させる影響を上回るため、伝統的資本の資産価格は増加する。一方、ロボット化が進展すると、今まで述べてきた通り、投資の移転によって増加するロボット資本に対し、補完的な関係にある伝統的資本への需要は大きく増加する。しかし、伝統的資本の需要が増加するのは、あくまでも高性能なロボット資本と補完的な関係にあるからであって、ロボット化が進展するにつれ、伝統的資本自身の生産における重要性はどんどん低下していく。このように、ロボット化が進展すると、投資の移転それ自体が資産価格を下げる影響が、伝統的資本のストックの減少、および、実質レンタルレートと資本稼働率の増加が資産価格を上昇させる影響を上回るため、Double シナリオや Fifth シナリオでは伝統的資本の資産価格は下落していくのである。

また、生産量については、全体で見ると、投資の需要および生産要素が増加しているため上昇する。伝統的資本の実質レンタルレートの増加などの影響を受け、価格マークアップの程度を表している実質限界費用は増加し、それゆえ、インフレ率も上昇する。そして、生産量とインフレ率がともに増加していることから、名目利子率も増加する。

これらの変数の動きをもとに労働が増加する理由について説明する。前述の通り、通常ならば、ロボット資本の資本ストックが増加すると、ロボット資本と労働は代替的であるため、労働は減少するはずである。しかし、すでに説明したように、正の MEI ショックが与えられてロボット資本の投資が増加したその期にはロボット資本の資本ストックは増加しない。よって、労働も減少しない。一方で、生産量は増加しており、その影響を受けて、労働は増加することになるのである。そして、その後、ロボット資本の資本ストックが増加していくにつれて労働の増加は急激に抑えられていくが、労働の減少はほとんど見られない。これは、ロボット資本が増加すると、ロボット資本の実質レンタルレートが下がり、稼働率を下げた操作からである。また、Fifth シナリオ、Double シナリオ、Baseline シナリオの順に労働の増加幅は大きくなっている。これは、ロボット化が進み、生産においてロボットが重要になればなるほど、ロボット資本の増加によって生産量が増加するためである。

労働に関連する変数として実質賃金を見てみると、Baseline シナリオでは微増のち減少、Double シナリオと Fifth シナリオでは増加している。通常、労働が増加すると、労

働の限界生産力である実質賃金は減少する。しかし、DoubleシナリオとFifthシナリオでは、その減少の影響を、生産量増加による実質賃金増加の影響が上回るため、実質賃金は上昇する。一方で、Baselineシナリオでは、ショック以後ほとんど生産量は増加しないため、実質賃金は減少していくのである。

3.4 $\theta_k = 0.1787$ のとき

ここまでの分析では、生産における伝統的資本の重要性を表すパラメータである θ_k の値を $\theta_k = 0.35$ としていた。しかし、ロボット化が進展していくにつれ、生産におけるロボット資本の重要性は上昇していく一方で、生産におけるロボット資本の重要性は低下していくはずである。そこで、 θ_k の値を変更することを考える。実際、三井住友銀行のデータによれば、日本はロボットの稼働数、ロボット化率ともに世界トップクラスであり、Berg et al. (2018) の世界標準の値よりも θ_k の値は低くなっていると考えられる。そこで、日本同様に世界の中でロボット化が進んでいる国の1つであるアメリカのデータを用いてカリブレートした Lin and Weise (2017) を参考にし、 $\theta_k = 0.1787$ として先ほどと同様の実験を行った。その結果を図3に示す。

図3を見ると、概ね $\theta_k = 0.35$ のときと同じであり、特に労働については、伝統的資本からロボット資本への投資の移転によって労働は増加し、その増加幅はロボット化が進展するほど大きくなり、また、労働はほとんど減少しない、という同様の結果が得られた。このことから、この分析の結果はより頑健なものとなった。

3.5 結果の考察

シミュレーション分析の結果に筆者の考察を加える。分析の結果、伝統的資本からロボット資本へ投資が移転すると、労働は増加し、その増加幅はロボット化が進むと大きくなり、そして、労働の減少はほとんど見られない、ということがわかった。しかしながら、投資の移転による労働の増加という恩恵を受け取るには、現在の日本には大きな課題がある。

図4は1950～2060年の日本の年齢別の人口のグラフ(2005年以降は予測値)であり、これを見ると、65歳以上の老年人口は増加、および、0～14歳までの若年人口は減少しており、少子高齢化が起こっていることがわかる。そして、15～64歳の生産年齢人口は減少し、全体で見ても人口は減少している。総務省の予測では、人口のピークであった2004年より2050年にかけて総人口は平均で年率0.71%減少する。一方、生産年齢人口は2000年から2050年にかけて平均で年率1.1%減少すると予測されており、生産年齢人口は総人

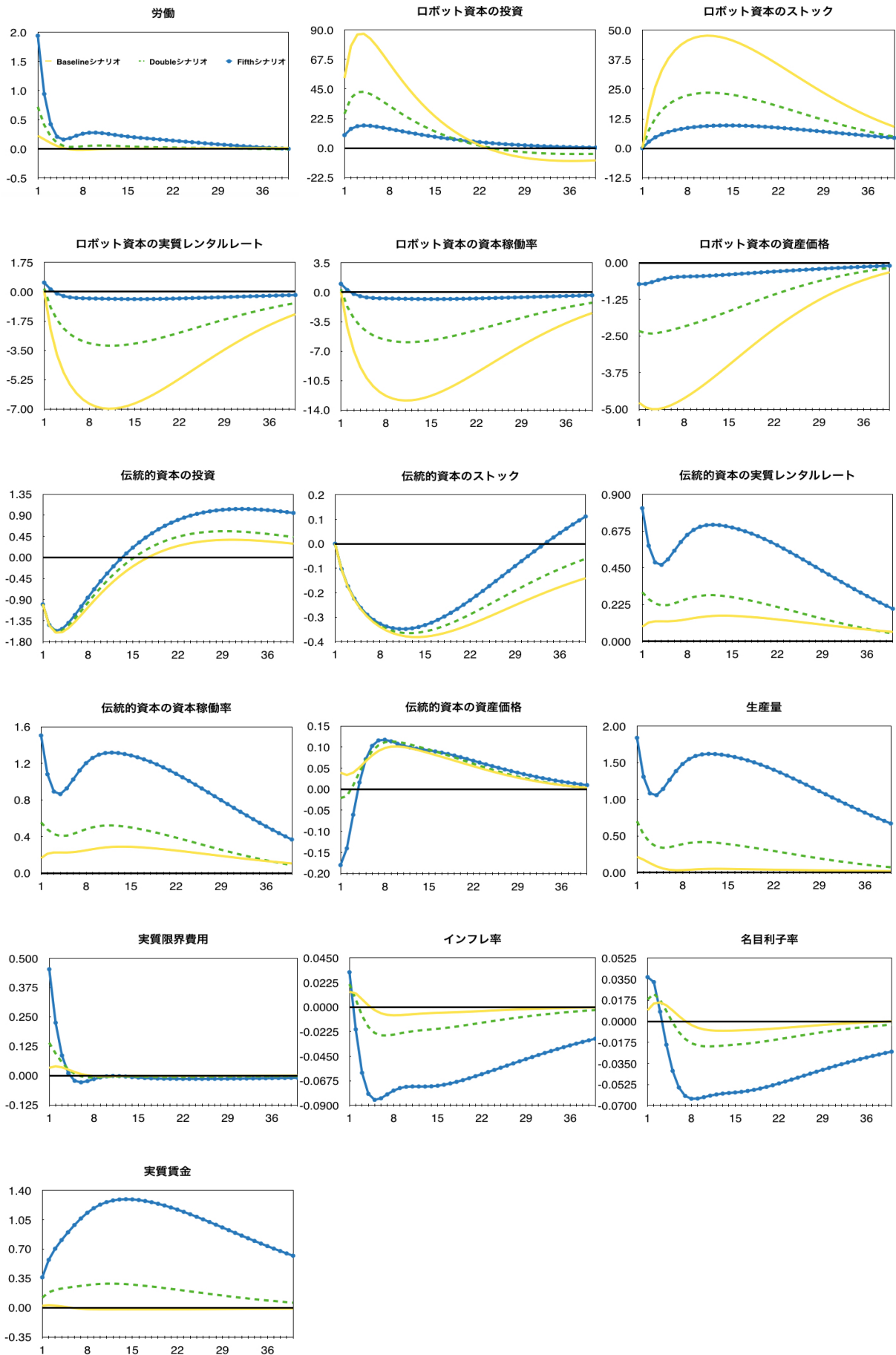


図 3: $\theta_k = 0.1787$ のときのインパルス応答

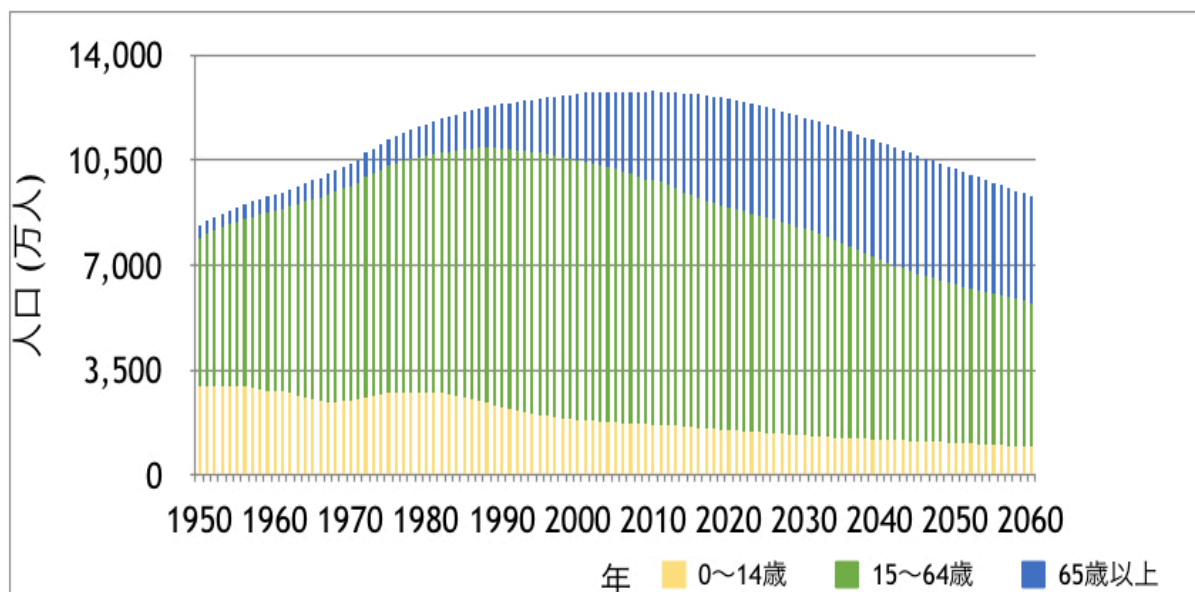


図 4: 日本の年齢別の人口 (データ:国立社会保障・人口問題研究所)

口よりも早いスピードで減少していくとされている。よって、投資の移転により増加する労働を生産年齢人口だけで賄うのは困難であることがわかる。さらに、今回の分析では伝統的資本の投資の1%に相当する額がそのままロボット資本の投資に移転されるとしたが、実際にはどれほどの額の投資移転が起こるかはわからない。もしも、移転の額がもっと多くなれば増加する労働はより大きなものとなり、生産年齢人口で賄うことはもっと難しくなる。それゆえ、投資の移転による恩恵を受け取るための方策について考える必要がある。

生産年齢人口が減少していく以上、労働の増加に対応するためには、女性や高齢者、障害者など、現在の労働の主力である生産年齢の男性以外に労働市場に参加してもらい、労働力人口を増加させる必要がある。例えば、女性の労働者を増やすには、出産や育児からの再就職・再雇用制度をきちんと確立させることや、託児所や保育園、介護サービスなどを充実させることなどが有効であると考えられている。また、定年の引き上げや廃止などの定年制度の見直しのほか、継続雇用制度の見直しなど高齢者の再就職制度を充実させることによって高齢者の労働者は増加するであろう。そして、障害者雇用促進法などにより法定基準で雇用しなければならない障害者の人数は増加しているが、そのように法律で定めるよりも、企業と障害者の相互理解を深める機会を増やすことが障害者の雇用を増やすためには重要であると考えられている。

そして、これらの政策がどういうものかということ、概して、社会の多様性を高めるような政策であると言える。これはすなわち、奇しくも、ロボットという新しい生産要素が増加していくこと、すなわち、社会の多様性が高まっていくことによる労働の増加という恩恵を受けるためには、また別の形で社会の多様性を高める必要があるということ

である。

4 結びにかえて

本稿では、資本が伝統的資本とロボット資本の2つに分かれており、CES型によって表される生産関数を持つ中規模型のDSGEモデルを用いて、伝統的資本からより高性能なロボット資本へと投資先が移転することによってロボット資本が増加すると、人間の労働にどのような影響が与えられるのか分析を行った。

分析の結果、次のことがわかった。まず、投資の移転が起こると、投資が増加したその期には資本ストックが増加しえないため、生産量増加の影響を受け、労働は増加する。そして、ロボット化が進んでいるほど、投資の移転によって生産量は増加するので、労働の増加は大きなものとなる。最後に、ロボット資本の資本ストックの増加に伴い、労働の増加は抑えられるが、ロボット資本の実質レンタルレートは下落しており、稼働率を下げた操業するため、労働の減少はほとんどない、ということである。

しかしながら、生産年齢人口の大幅な減少が予想される日本の状況に鑑みると、現状のままではそのような労働の増加に対処することは困難である。よって、その対応策として、本稿では、ロボット資本が増加するという現象同様、社会の多様性を高めるような政策を推し進めていくことが必要である、という提言をした。

その一方で残された課題もある。それは、伝統的資本と混成労働の補完率を表すパラメータ α 、そして、ロボット資本と人間の労働の代替率を表すパラメータ ϕ を変更していないことである。本来ならば、ロボット資本の高性能化およびロボット化の進展とともに、これらの値は変化していくはずだが、本稿ではこれを考慮していない。シナリオに応じてこれらのパラメータを正確に変更していくことでより正確な研究結果が得られるはずであり、それによって、この分野の研究はさらに発展していくと考えられる。AIや産業用ロボットの研究と経済学との交流がますます深まることを願うばかりである。

このような限界を考慮したとしても、AIや産業用ロボットがこれからもめざましい発展を遂げ続けることが予想される中で、伝統的資本からロボット資本への投資の移転が人間の労働を増加させるという、世間一般の予想を覆すような分析結果が得られたことの意義は大きいと言える。

A 参考文献・データ出典

参考文献

- [1] 廣瀬康生. (2012). 『DSGE モデルによるマクロ実証分析の方法』. 初版, 東京, 三菱経済研究所.
- [2] Acemoglu, D., & P. Restrepo. (2017). Robots and Jobs: Evidence from US Labor Markets. Working Paper 23285, National Bureau of Economic Research.
- [3] Berg, A., Buffie, E. F., & Zanna, L. (2018). Should We Fear the Robot Revolution? (The Correct Answer is Yes). *Journal of Monetary Economics*, 97, 117-148.
- [4] Calvo, G. A. (1983). Staggered prices in a utility-maximizing framework. *Journal of Monetary Economics*, 12, 383-398.
- [5] Eden, M., & P. Gaggl. (2018). On the welfare implications of automation. *Review of Economic Dynamics*, 29, 15-43.
- [6] Frey, C. B., & Osborne, M. A. (2017). The future of employment: how susceptible are jobs to computerisation. *Technological Forecasting and Social Change*, 114, 254-280.
- [7] Fueki, T., & Maehashi, K. (2019). Inflation Dynamics in the Age of Robots: Evidence and Some Theory (No. 19-E-9). Institute for Monetary and Economic Studies, Bank of Japan.
- [8] Gertler, M., & Karadi, P. (2011). A model of unconventional monetary policy. *Journal of Monetary Economics*, 58(1), 17-34.
- [9] Graetz, G., & G. Michaels. (2018). Robots at Work. *Review of Economics and Statistics*, 2018, 100(5), 753-768.
- [10] Greenwood, J., Hercowitz, Z., & Huffman, G. W. (1988). Investment, Capacity Utilization, and the Real Business Cycle. *American Economic Review*, 78(3), 402-417.
- [11] Justiniano, A., Primiceri, G. E., & Tambalotti, A. (2010). Investment shocks and business cycle. *Journal of Monetary Economics*, 57(2), 132-145.
- [12] Justiniano, A., Primiceri, G. E., & Tambalotti, A. (2011). Investment shocks and the relative price of investment. *Review of Economic Dynamics*, 14(1), 102-121.

- [13] Lin, T. T., & Weise, C. L. (2017). A New Keynesian Model with Robots: Implications for Business Cycles and Monetary Policy. Working Paper.
- [14] Smets, F., & Wouters, R. (2007). Shocks and Frictions in US Business Cycles: A Bayesian DSGE Approach. Journal of the European Economic Association, 97, 586-606.

データ出典

- [15] 国立社会保障・人口問題研究所「日本の将来推計人口 | 将来推計人口・世帯数 | 国立社会保障・人口問題研究所」
(http://www.ipss.go.jp/pp-zenkoku/j/zenkoku2017/pp_zenkoku2017.asp)
2020/1/16 データ取得
- [16] 財務総合政策研究所「四半期別調査一覧 | 法人企業統計調査 | 財務総合政策研究所」
(<https://www.mof.go.jp/pri/reference/ssc/results/kihou.html>) 2020/1/10
データ取得
- [17] 参議院「特集 人口減少の影響及び対策 | 経済のプリズム | 参議院」
(https://www.sangiin.go.jp/japanese/annai/chousa/keizai_prism/backnumber/h17pdf/200511_honron.pdf) 2020/1/10 データ取得
- [18] 内閣府「固定資本ストック速報 | 国民経済計算 (GDP 統計)| 内閣府」
(https://www.esri.cao.go.jp/jp/sna/sokuhou/sokuhou_top.html) 2020/1/10
データ取得
- [19] 内閣府「四半期別 GDP 速報 | 国民経済計算 (GDP 統計)| 内閣府」
(https://www.esri.cao.go.jp/jp/sna/sonota/kotei/kotei_top.html)
2020/1/10 データ取得
- [20] 日本ロボット工業会「年間統計推移表 | 日本ロボット工業会」
(<https://www.jara.jp/data/dl/yeartable.pdf>) 2020/1/10 データ取得
- [21] 日本ロボット工業会「世界の産業用ロボット稼働台数推定 | 日本ロボット工業会」
(https://www.jara.jp/data/dl/Operational_stock_2018.pdf) 2020/1/10 データ取得
- [22] 日本ロボット工業会「四半期統計 | 日本ロボット工業会」
(<https://www.jara.jp/data/quarterly.html>) 2020/1/10 データ取得

[23] 日本ロボット工業会「年間統計 | 日本ロボット工業会」

(<https://www.jara.jp/data/yearly.html>) 2020/1/10 データ取得

[24] 三井住友銀行「産業用ロボット市場の動向 | 経済・業界動向に関するレポート」

(https://www.smbc.co.jp/hojin/report/investigationlecture/resources/pdf/3_00_CRSDReport059.pdf) 2020/1/13 データ取得

B 対数線形近似

消費の限界効用

$$\begin{aligned} \left(1 - \frac{h}{\chi^*}\right) \left(1 - \frac{\beta h}{\chi^{*\gamma}}\right) &= -\gamma \left\{ \tilde{c}_t - \frac{h}{\chi^*} (\tilde{c}_{t-1} - \chi_t^x) \right\} + \left(1 - \frac{h}{\chi^*}\right) \chi_t^b \\ &+ \frac{\beta h}{\chi^{*\gamma}} \left[\gamma \left\{ E_t \tilde{c}_{t+1} + E_t \chi_{t+1}^x - \frac{h}{\chi^*} \tilde{c}_t \right\} - \left(1 - \frac{h}{\chi^*}\right) E_t \chi_{t+1}^b \right] \end{aligned}$$

オイラー方程式

$$\tilde{\lambda}_t = E_t \tilde{\lambda}_{t+1} - \gamma E_t \chi_{t+1}^x + \tilde{R}_t - E_t \tilde{\pi}_{t+1}$$

賃金関数

$$\begin{aligned} \tilde{\omega}_t - \tilde{\omega}_{t-1} + \tilde{\pi}_t - \eta_w \tilde{\pi}_{t-1} + \chi_t^x &= \beta \chi^{*1-\sigma} (E_t \tilde{\omega}_{t+1} - \tilde{\omega}_t + E_t \tilde{\pi}_{t+1} - \eta_w \tilde{\pi}_t + E_t \chi_{t+1}^x) \\ &+ \frac{1 - \lambda_n (1 - \beta \lambda_n \chi^{*1-\sigma}) (1 - \varepsilon_n)}{\lambda_n (1 + (\sigma - 1) \varepsilon_n)} (\sigma \tilde{n}_t - \tilde{\omega}_t - \lambda_t + \chi_t^b + \chi_t^n) \end{aligned}$$

伝統的資本の資本ストック遷移式

$$\tilde{k}_{t+1} = \frac{1 - \delta_k}{\chi^*} (\tilde{k}_t - E_t \chi_{t+1}^x) + \left(1 - \frac{1 - \delta_k}{\chi^*}\right) (\chi_t^k + \tilde{i}_t^k - E_t \chi_{t+1}^x)$$

ロボット資本の資本ストック遷移式

$$\tilde{a}_{t+1} = \frac{1 - \delta_a}{\chi^*} (\tilde{a}_t - E_t \chi_{t+1}^x) + \left(1 - \frac{1 - \delta_a}{\chi^*}\right) (\chi_t^a + \tilde{i}_t^a - E_t \chi_{t+1}^x)$$

伝統的資本の投資関数

$$\kappa_k \left\{ \tilde{i}_t^k - \tilde{i}_{t-1}^k + \chi_t^\chi \right\} = \tilde{q}_t^k + \beta \chi^{*1-\sigma} \kappa_k \left\{ E_t \tilde{i}_{t+1}^k - \tilde{i}_t^k + E_t \chi_{t+1}^\chi \right\}$$

ロボット資本の投資関数

$$\kappa_a \left\{ \tilde{i}_t^a - \tilde{i}_{t-1}^a + \chi_t^\chi \right\} = \tilde{q}_t^a + \beta \chi^{*1-\sigma} \kappa_a \left\{ E_t \tilde{i}_{t+1}^a - \tilde{i}_t^a + E_t \chi_{t+1}^\chi \right\}$$

伝統的資本の資本稼働率関数

$$\tilde{\mu}_t^k = \frac{1}{\nu_k} \tilde{r}_t^k$$

ロボット資本の資本稼働率関数

$$\tilde{\mu}_t^a = \frac{1}{\nu_a} \tilde{r}_t^a$$

伝統的資本のトービンのQ

$$\tilde{q}_t^k = E_t \tilde{\lambda}_{t+1} - \tilde{\lambda}_t - \gamma E_t \chi_{t+1}^\chi + \frac{\beta}{\chi^{*\gamma}} \left\{ r^{k*} E_t \tilde{r}_{t+1}^k + (1 - \delta_k) E_t \tilde{q}_{t+1}^k \right\}$$

ロボット資本のトービンのQ

$$\tilde{q}_t^a = E_t \tilde{\lambda}_{t+1} - \tilde{\lambda}_t - \gamma E_t \chi_{t+1}^\chi + \frac{\beta}{\chi^{*\gamma}} \left\{ r^{a*} E_t \tilde{r}_{t+1}^a + (1 - \delta_a) E_t \tilde{q}_{t+1}^a \right\}$$

最終財の資源制約

$$\tilde{y}_t = \frac{\hat{c}^*}{\hat{y}^*} \tilde{c}_t + \frac{\hat{i}^{k*}}{\hat{y}^*} \tilde{i}_t^k + \frac{\hat{i}^{a*}}{\hat{y}^*} \tilde{i}_t^a + \frac{\hat{k}^*}{\hat{y}^*} \tilde{\mu}_t^k + \frac{\hat{a}^*}{\hat{y}^*} \tilde{\mu}_t^a$$

混成労働

$$\tilde{l}_t = \frac{1}{\hat{l}^{*\phi}} \left[\theta_a \hat{a}^{*\phi} (\tilde{\mu}_t^a + \tilde{a}_t) + (1 - \theta_a) n^{*\phi} \tilde{n}_t \right]$$

生産関数

$$\tilde{y}_t = \frac{1}{\hat{y}^{*\alpha}} \left[\theta_k \hat{k}^{*\alpha} (\tilde{\mu}_t^k + \tilde{k}_t) + (1 - \theta_k) l^{*\alpha} \tilde{l}_t \right] + \chi_t^z$$

金融政策ルール

$$\tilde{R}_t = \rho_R \tilde{R}_{t-1} + (1 - \rho_R) \left\{ \rho_\pi \tilde{\pi}_t + \rho_Y (\tilde{y}_t - \tilde{y}_t^f) \right\} + \chi_t^{mp}$$

潜在生産量

$$\tilde{y}_t^f = \chi_t^z$$

実質限界費用

$$\tilde{m}c_t = \frac{1}{\hat{k}^* r^{k^*} + \hat{a}^* r^{a^*} + n^* \hat{\omega}^*} \left\{ \hat{k}^* r^{k^*} (\tilde{\mu}_t^k + \tilde{k}_t + \tilde{r}_t^k) + \hat{a}^* r^{a^*} (\tilde{\mu}_t^a + \tilde{a}_t + \tilde{r}_t^a) + n^* \hat{\omega}^* (\tilde{n}_t + \tilde{\omega}_t) \right\} - \tilde{y}_t$$

費用最小化条件 その1

$$(\phi - 1) (\tilde{\mu}_t^a + \tilde{a}_t - \tilde{n}_t) = \tilde{r}_t^a - \tilde{\omega}_t$$

費用最小化条件 その2

$$\alpha \tilde{l}_t - (\alpha - 1) (\tilde{\mu}_t^k + \tilde{k}_t) + \tilde{r}_t^k = \frac{1}{\hat{a}^* r^{a^*} + n^* \hat{\omega}^*} \left\{ \hat{a}^* r^{a^*} (\tilde{\mu}_t^a + \tilde{a}_t + \tilde{r}_t^a) + n^* \hat{\omega}^* (\tilde{n}_t + \tilde{\omega}_t) \right\}$$

ニューケインジアン・フィリップス・カーブ

$$\tilde{\pi}_t - \eta_y \tilde{\pi}_{t-1} = \beta \chi^{*1-\sigma} (E_t \tilde{\pi}_{t+1} - \eta_y \tilde{\pi}_t) + \frac{(1 - \lambda_y)(1 - \beta \lambda_y \chi^{*1-\sigma})}{\lambda_y} \widetilde{mc}_t$$

構造ショック

$$\chi_t^\xi = \rho_\xi \chi_{t-1}^\xi + \eta_t^\xi, \quad \xi \in [\chi, n, b, z, k, a, mp]$$